【解答】

$\boxed{1}$ （１） $\frac{2}{5}$ （２） 928, 992, 1504, 8672 （３） $134\frac{2}{3}$ (cm²) （４） $7\frac{6}{7}$ (cm)

$\boxed{2}$ （１）（解説をご参照ください。）（２）① 4(人) ② B

$\boxed{3}$ （１） $\boxed{\text{ア}}$ ＝14, $\boxed{\text{イ}}$ ＝4 （２） 21599(円)

（３）（ぬいぐるみ，カード）＝(1, 3), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 4), (4, 2), (4, 5), (5, 2)

$\boxed{4}$ （１） 1.8 （２） 7.2 （３） 5.4

$\boxed{5}$ （１） $\boxed{\text{ア}}$ ＝b－1 $\boxed{\text{イ}}$ ＝a－1 （２） 68(個) （２） 54(個)

【配点】

$\boxed{1}$	各 6 点	小計　24 点
$\boxed{2}$	各 6 点	小計　18 点
$\boxed{3}$	各 6 点	小計　18 点
$\boxed{4}$	（２）・（３）各 7 点　その他各 6 点	小計　20 点
$\boxed{5}$	（２）・（３）各 7 点　その他各 6 点	小計　20 点
		合計 100 点

【解説】

$\boxed{1}$ 小問集合

（１）

$$\left\{\frac{1}{11}+\frac{5}{6}\times\left(\boxed{}-\frac{6}{55}\right)\right\}\div 0.35+3\frac{1}{3}=4\frac{2}{7}$$

$$\left\{\frac{1}{11}+\frac{5}{6}\times\left(\boxed{}-\frac{6}{55}\right)\right\}\div 0.35=4\frac{2}{7}-3\frac{1}{3}=\frac{90-70}{21}=\frac{20}{21}$$

$$\frac{1}{11}+\frac{5}{6}\times\left(\boxed{}-\frac{6}{55}\right)=\frac{20}{21}\times 0.35=\frac{7}{21}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{6}\times\left(\boxed{}-\frac{6}{55}\right)=\frac{1}{3}-\frac{1}{11}=\frac{11-3}{33}=\frac{8}{33}$$

$$\boxed{}-\frac{6}{55}=\frac{8}{33}\div\frac{5}{6}=\frac{8}{33}\times\frac{6}{5}=\frac{48}{165}=\frac{16}{55}$$

$\boxed{} = \frac{16}{55} + \frac{6}{55} = \frac{22}{55} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$

（2） $\boxed{ア}$の各位の数を百の位から順に a, b, c とすると，

$\boxed{ア}$＝100×a＋10×b＋c

a＋b＋c＝10

c＝1, 3, 5, 7, 9

a≠b≠c≠a

となります。

また，

(100×a＋10×b＋c)×32 は 4 ケタ，つまり 1000 以上 10000 未満の整数なので，

(100×a＋10×b＋c)は(1000÷32＝)31.25 以上(10000÷32＝)312.5 未満の 3 ケタの整数となるため，3 桁の$\boxed{ア}$は 100 以上 312 以下となります。

この範囲で，題意を満たす$\boxed{ア}$について考えます。a＝3 の場合の$\boxed{ア}$は 307 です。同様に，a＝2 の場合の$\boxed{ア}$は 271, 253, 235, 217 で，a＝3 の場合の$\boxed{ア}$は 163, 145, 127, 109(181 は百の位と一の位が同じ 1 であるため$\boxed{ア}$には含まれない)です。

ここで，$\boxed{ア}$×32 を$\boxed{ア}$の 1 の位で割り，整数になるものを探していきます。

307×32÷7 は整数ではない	<u>235×32÷5 は整数である</u>	<u>145×32÷5 は整数である</u>
<u>271×32÷1 は整数である</u>	<u>217×32÷7 は整数である</u>	127×32÷7 は整数ではない
253×32÷3 は整数ではない	163×32÷3 は整数ではない	109×32÷9 は整数ではない

上の下線で示した，整数になるものをすべて計算すると次のようになります。

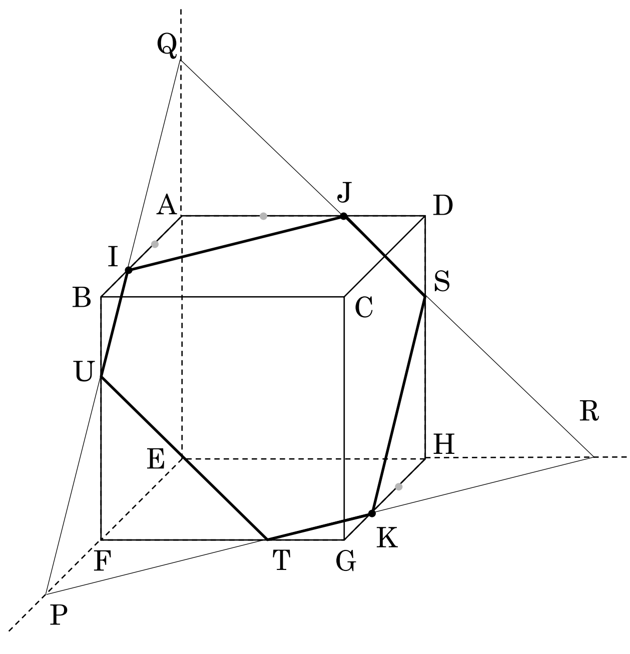
271×32÷1＝8672　　217×32÷7＝992

235×32÷5＝1504　　145×32÷5＝928

よって，答えは **928, 992, 1504, 8672** となります。

（3） まず，立方体を切断します。

始めに，I と J を結び，K を通り IJ と平行な直線を，直線lとします。次に，直線lと EF の延長が交わる点を P，PI と EA の延長が交わる点を Q，QJ と EH の延長が交わる点を R とします。すると，立方体は右の図のように 3 点 P,Q,R を通る平面で切断されることが分かります。ここで，QR と DH が交わる点を S，RP と FG が交わる点を T，PQ と BF が交わる点を U とします。



次に，2 つになった立体のうち A を含む方(立体 A とします)の体積を求めます。

立体 A の体積は，①三角錐 Q-EPR から②三角錐 Q-AIJ，③三角錐 U-FPT，④三角錐 S-HKR の 3 つ

を引いたものとなります。まず，②，③，④の体積を求めます。AD＝6cm なので，AJ＝6cm×$\frac{1}{3}$＝4(cm)

です。同様に，AI＝4cm で，△AIJ，△FPT，△HKR はすべて相似なので，AI：AJ＝FP：FT＝HK：HR で，AI＝AJ＝4cm より，FP：FT＝HK：HR ＝4：4＝1：1 です。ここで，△AIJ と△GKT は相似であり，AI：AJ＝GK：GT で，GK：GT ＝1：1，GK＝GT＝2cm なので，FT＝4 cm です。よって FP＝4 cm で，BI＝2 cm で，なので，△UFP と△UBI は相似で，UF：UB＝FP：BI＝4：2＝2：1 です。UF＋UB＝6cm より，UF＝4cm です。同様に，SH＝4cm です。また，△JDS と△JAQ は相似で，AQ＝4cm です。

まとめると，AQ＝AI＝AJ＝4cm であり，②，③，④は合同です。よって，②，③，④の体積の合計は，$\left(4\times4\times\frac{1}{2}\times4\times\frac{1}{3}\right)\times3=32$(cm³)です。

また，①について，AQ＝AI＝AJ＝6cm＋4cm＝10cm なので，体積は $10\times10\times\frac{1}{2}\times10\times\frac{1}{3}=\frac{500}{3}$(cm²)です。よって，答えは$\frac{500}{3}-32=\frac{404}{3}=$**$134\frac{2}{3}$ (cm²)**です。

（4） ものさし B の目盛りで測る 1cm を b cm，ものさし C の目盛りで測る 1cm を c cm とします。このとき，10－4×b＝10×c，10×b－1＝10×c となります。つまり，10－4×b ＝10×b－1(＝10×c)となります。よって，11＝14×b なので，答えは 10×b＝$\frac{55}{7}$＝**$7\frac{6}{7}$**(cm) です。

2 平面図形・条件整理

（1） 解答例

半径が 1(直径が 2)の円があるとする。右の図のように，この円の外側に正方形が接している。右の図より，正方形の周りの長さは 1×8＝8 となる。また，正方形の周りの長さは円周より長い。よって，8(正方形の周りの長さ)÷2(直径)＝4 となるため，円周率は 4 より小さいことが分かる。

※他校でも時折，「円周率」そのものに関する問題が出題されています。

（2） この解説では，第 1 希望を❶，第 2 希望を❷，第 3 希望を❸とします。

① 最初の選挙で C を❶としていた人は 4 人で，次の選挙でその 4 人は❷の候補者に投票する必要があります。2 回目の選挙で，A に投票した人は最初の選挙より(20－16＝)4 人。よって，C を❶，A を❷とする人は **4 人**です。

② 候補者を❶，❷とする人数についてまとめた表を作ります。①と，最初の選挙の結果から，それぞれの候補者を❶とする人数が分かります。

		❶				
		A	B	C	D	合計
❷	A		2	4		
	B			0		
	C		2			
	D		3	0		
	合計	16	7	4	3	30

次に，最初と最後の選挙を①と同じように比較すると，Bを❶とする人のうち，❷をAとする人は2人，Cとする人は2人，Dとする人は3人です。

また，C，Dの両方を❸以下とする人は14人であることから，A，Bを両方とも❷以上にする人は14人であるということになります。Bを❶，Aを❷とする人が2人であることから，Bを❶，Aを❷とする人は(14−2＝)12人です。よって，少なくともBは12人に❷とされることが分かりました。

		❶				
		A	B	C	D	合計
❷	A		2	4		
	B	12		0		
	C		2			
	D		3	0		
	合計	16	7	4	3	30

ここで，A，C，Dについても見ていきます。表より，Aが12人に❷とされるには，Dを❶とする人のうち6人に希望される必要がありますが，Dを❶とする人は3人なので，Aを❷とする人は12人未満です。

Cが12人に❷とされるには，AとDを❶とする人のうち10人に希望される必要がありますが，AとDを❶とする人は19人で，Aを❶，Bを❷とする人は12人なので，残りは7人であることから，Aを❷とする人は12人未満です。Dが12人に❷とされるには，Aを❶とする人のうち9人に希望される必要がありますが，Aを❶とする人のうちBを❷としない人は4人なので，Aを❷とする人は12人未満です。よって，４人の中で最も多くの人に❷とされているのは，**B**となります。

3 条件整理・調べ

（1） 問題文より，引きかえ券を(5の倍数)枚使うと，そのうちの$\frac{1}{5}$が返ってくることが分かります。ここで，最初に60枚の引きかえ券をすべて使うとします。すると，60÷5＝12より，最初は抽選機を12回回せて，引きかえ券は12枚返ってきます。次に，手元にある12枚の引きかえ券を使います。12÷5＝2…2より，抽選機を2回回せて，引きかえ券は2枚返ってきます。さらに，今回の割り算の余りの2は，使わずに残った引きかえ券の枚数です。ここで，返ってきた引換券と使わずに残った引換券は合計2＋2＝4(枚)で，これ以上抽選機は回せません。よって，$\boxed{\text{ア}}$**＝12＋2＝14**，$\boxed{\text{イ}}$**＝4**です。

（2） 仮に，抽選機を回しても引きかえ券をもらえないとします。すると，Aさんは$\boxed{\text{ウ}}$円の買い物で17×5＋3＝88(枚)の引きかえ券をもらったことになります。ただ，本当は抽選機を1回回すと引きかえ券を1枚もらえるので，抽選機を17回回すと引きかえ券を17枚もらえることになります。よって，Aさんは88−17＝71(枚)の引きかえ券をもらったことになります。よって，$\boxed{\text{ウ}}$＝(71＋1)×300−1**＝21599(円)**

（3） 引きかえ券a枚を使って抽選機を回すと，((a÷5の商)＋(a÷5の余り))(枚)の引きかえ券が残ります。つまり，抽選機を回すことでなくなる引きかえ券は，(a÷5の商)×4(枚)となります。よって，aを4で割ったときの余りがbのとき，引きかえ券が4枚以下になるまで抽選機を回すことで残る引きかえ

券はb枚となります。よって，引きかえ券が3枚余るということは，始めに持っていた引きかえ券の数は，4の倍数＋3(枚)となります(これ以降は，引きかえ券を「券」とします)。

なお，ぬいぐるみは税込み900×1.1＝990(円)，カードは税込み350×1.1＝385(円)です。これ以降は，ぬいぐるみとカードの値段を税込み価格として扱います。

まず，券を3枚もらうとき，900円以上1200円未満の範囲で買い物をする必要がありますが，ぬいぐるみとカードを1つずつ買うと990＋385＝1375(円)となるため，券を3枚もらうのは不可能です。

次に，券を7枚もらうとき，2100円以上2400円未満の範囲で買い物をする必要があります。ここで，仮にぬいぐるみを1個買うとすると，残金は(2100－990＝)1110(円)以上，(2400－990＝)1410(円)未満になり，この範囲で買えるカードの数は3個(1155円)です。よって，(1，3)の組を作れます。ぬいぐるみを2個買うとすると，残金は(2100－1980＝)120(円)以上，(2400－1980＝)420(円)未満になり，この範囲で買えるカードの数は1個(385円)です。よって，(2，1)の組を作れます。

同様に，券を11枚もらうとき，3300円以上3600円未満の買い物をすることになり，ぬいぐるみとカードの数の組は(2，4)，(3，1)です(それぞれの金額は3520円，3355円)。

券を15枚もらうとき，4500円以上4800円未満の買い物をすることになり，ぬいぐるみとカードの数の組は(3，4)，(4，2)です(それぞれの金額は4510円，4730円)。

券を19枚もらうとき，5700円以上6000円未満の買い物をすることになり，ぬいぐるみとカードの数の組は(4，5)，(5，2)です(それぞれの金額は5885円，5720円)。

券を23枚もらうとき，6900円以上の買い物をすることになりますが，ぬいぐるみとカードをそれぞれ5個買うと6875円になり，6900円に届かないため，券を23枚もらうのは不可能です。

よって，答えは

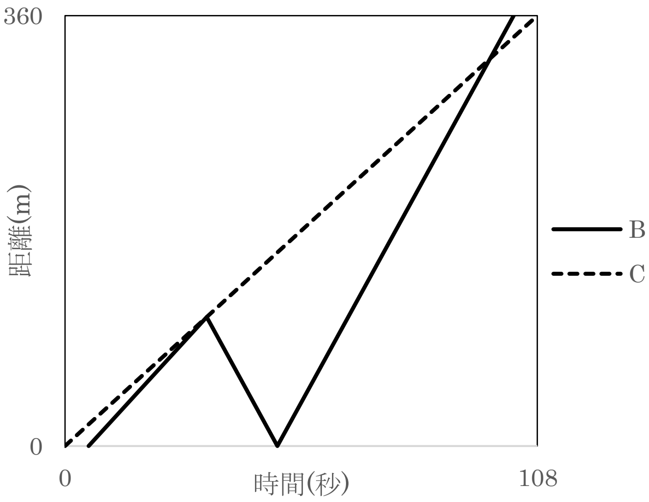
(1，3)
(2，1)
(2，4)
(3，1)
(3，4)
(4，2)
(4，5)
(5，2)　となります。

4　速さと比

(1)　Aの速さをa，Bの速さをbとします。36m÷(a＋b)：36m÷(a－b)＝4：36なので，a：b＝5：4。よって，a＝5㍍/秒，b＝4㍍/秒であり，$\boxed{\text{ア}}$＝36÷b－36÷a＝**1.8**となります。

(2)　36÷b＝9より，36÷c＝9＋1.8＝10.8なので，c＝$\frac{10}{3}$㍍/秒である。よって，AとCの競走で，それぞれが進む距離の比はA：C＝5：$\frac{10}{3}$＝3：2である。よって、(36＋$\boxed{\text{イ}}$)：(36－$\boxed{\text{イ}}$)＝3：2なので，$\boxed{\text{イ}}$＝**7.2**です。

(3)　ダイヤグラムをかいて考えます。なお，ここでは$\boxed{\text{ウ}}$＝①とします。



BとCの速さの比は4：$\frac{10}{3}$＝6：5なので，BとCの，同じ距離を進む時間の比は5：6です。最初はCが先に進み，①×$\boxed{5}$(m)の差ができるので，Bは⑤秒でCに追いつくことになります(Cは⑥秒間進むとBに追いつかれます)。そして，Bはこれまでの$\frac{5}{3}$倍＝$\frac{20}{3}$m/sで進むので，BがCに追いついた後，⑤÷$\frac{5}{3}$＝③(秒)でスタートに戻り，その後は360÷$\frac{20}{3}$＝54(秒)でゴールにつきます。

よって，Bは合計で(⑤＋③＋54)＝⑧＋54(秒)，Cは360÷$\frac{10}{3}$＝108(秒)かけてゴールにつきます。また，最初と最後の①秒はCだけが移動していたことから，Bの移動時間はCより①×2＝②(秒)短かったので，(Bの移動時間)＋②＝(Cの移動時間)となります。よって，⑧＋54＋②＝108で，①＝$\boxed{\text{ウ}}$＝**5.4**です。

5 図形

(1) 縦向きの直線は，横向きに並べられている正方形より1つ少ないため，$\boxed{\text{ア}}$＝**b−1**です。
横向きの直線は，縦向きに並べられている正方形より1つ少ないため，$\boxed{\text{イ}}$＝**a−1**です。

(2) 会話文の中にあった「a＋b−1」を使うと，長方形の対角線が通る正方形は44＋28−1＝71(個)となります。ただ，44と28の最大公約数は4なので，対角線は途中で2本の直線を同時に通ります。そこで，問題に出てくる長方形(大きい長方形とします)を，a＝11，b＝7の小さい長方形を縦･横に4つずつ並べてできるものとします(11と7の最大公約数は1です)。大きい長方形の対角線は小さい長方形の頂点を4−1＝3(回)通り(この値は，aとbの最小公倍数より1小さい値です。)，大きい長方形の直線を(44−1)＋(28−1)＝70(本)通るので，問題に出てくる長方形の対角線は70−3＝67(回)の直線を通ることになり，67＋1＝**68(個)**の正方形を通ると分かります。
※a＝11，b＝7の長方形で試しに調べてみて，それを活かすのももちろんアリ。

(3) この問題では直方体が使われているので，対角線は直方体の中の面をいくつ通るか考えた上で解いていきます。直方体の対角線は，(13−1)＋(18−1)＋(30−1)＝58(個)の面を通ることになります。ただ，18と30の最大公約数は6であることから，対角線は58個の面を通ったものの，同時に2個の面を通ることがあるので，対角線は面を58回通ったことにはなりません。

ここで，直方体の側面(18個×30個の正方形が並べられているように見える面)に着目し，直方体の対角線はどこで同時に2個の面を通るか考えていきます。18個×30個の正方形を並べてできる長方形を作ります。その対角線が2本の直線を同時に通る回数は，(2)の解説にも書かれている通り，2つの数の最小公倍数から1を引いた数なので，6−1＝5(回)となります。よって，直方体の対角線が2つの面を同

時に通る回数は 5 回なので，対角線が面を通る回数は 58－5＝53(回)です。よって，直方体の対角線は立方体を 53＋1＝**54(個)**通ることになります。