

=====

【解答】

① (1) 5 (2) 135(度) (3) 23(ページ) (4) 190(円)

② (1) ① 12(通り) ② 10368(通り) (2) 3:4 (記述の解答例は解説をご覧ください。)

③ (1) 6:1 (2) 8:5 (3) $\frac{5}{96}$ (倍)

④ (1) 256(通り) (2) 32(通り) (3) 112(通り)

⑤ (1) 91 (2) ① 449 ② 153

=====

【配点】

① 各 5 点 小計 20 点

② 各 6 点 小計 18 点

③ 各 7 点 小計 21 点

④ (1) 6 点 (2)・(3) 7 点 小計 20 点

⑤ 各 7 点 小計 21 点

合計 100 点

=====

【解説】

□ 小問集合

(1)

$$3\frac{3}{7} \times \left\{ \left(1.75 - \frac{1}{3} \right) + 2\frac{3}{8} \right\} \div 2.6 = 3\frac{3}{7} \times \left\{ \left(\frac{7}{4} - \frac{1}{3} \right) + 2\frac{3}{8} \right\} \div 2.6$$

$$= 3\frac{3}{7} \times \left\{ \left(\frac{21}{12} - \frac{4}{12} \right) + 2\frac{3}{8} \right\} \div 2.6$$

$$= 3\frac{3}{7} \times \left(\frac{17}{12} + 2\frac{3}{8} \right) \div 2.6$$

$$= 3\frac{3}{7} \times \left(\frac{17}{12} + \frac{19}{8} \right) \div 2.6$$

$$= 3\frac{3}{7} \times \left(\frac{34}{24} + \frac{57}{24} \right) \div 2.6 = 3\frac{3}{7} \times \frac{91}{24} \div 2.6$$

$$= \frac{24}{7} \times \frac{91}{24} \div \frac{13}{5}$$

$$= \frac{24}{7} \times \frac{91}{24} \times \frac{5}{13} = 5$$

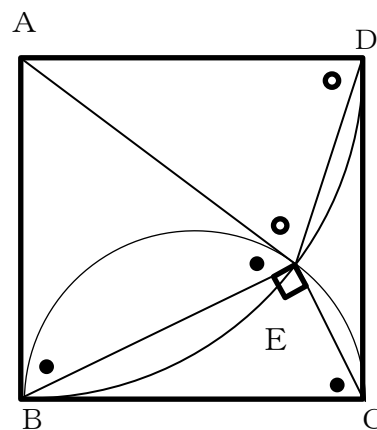
(2)

右の図で、 $AB = AE = AD$ より、三角形 ABE 、 AED はそれぞれ二等辺三角形だから、

$$\bullet + \circ = (360 - 90) \div 2 = 135 \text{度となります。}$$

また、半円の中心を O とすると、三角形 BOE 、三角形 COE は

二等辺三角形より、角 BOC は直角ですので、角 CED は $360 - (135 + 90) = 135$ (度)です。



(3)

A, B, Cがそれぞれパソコンを使った時間の合計は、 $(6 + 5 + 3) = 14$ 時間です。パソコンは2台あるので、7時間で作業が終わったこととなります。ここで、Aがパソコンを使った時間を作業開始から6時間までに固定します。すると、下のように整理できます。

使用している人 A A A A A A B

使用している人 B B B B C C C

これにより、AさんとBさんで2台のパソコンを使っていた時間は4時間、AさんとCさんで2台のパソコンを使っていた時間は2時間、BさんとCさんで2台のパソコンを使っていた時間は1時間であることがわかります。

AさんとBさんで2台のパソコンを使っていたときに入力したページ数と、BさんとCさんで2台のパソコンを使っていたときに入力したページ数の比は5:2なので、AさんとBさんで2台のパソコンを使っているときに1時間あたりに入力できるページ数と、BさんとCさんで2台のパソコンを使っているときに1時間あたりに入力できるページ数の比は、

$(5 \div 4) : (2 \div 1)$ より5:8となります。ここで、A、B、Cの1時間当たりの仕事量を整理します。

A : 11 ページ B : ⑤ - 11 ページ C : 11 + ③ ページ これに作業をした時間をかけて①を求めます。

$$11 \times 6 + (\textcircled{5} - 11) \times 5 + (11 + \textcircled{3}) \times 3 = 66 + \textcircled{25} - 55 + 33 + \textcircled{9} = \textcircled{34} + 44 = 180$$

$$\text{よって} \quad \textcircled{1} = 4$$

問われているのはCさんの1時間当たりの仕事量なので、 $11 + 4 \times 3 = 23$ より、23(ページ)となります。

(4)

みかん1個の値段と、みかん1個の値段とりんご1個の値段の合計のそれぞれのぶどう1房の値段の関係より、りんご1個の値段が170円と分かります。りんご1個の値段とぶどう1房の値段の合計は、みかん1個の値段の3倍なので、みかんの値段を①とすると、 $170 + (\textcircled{1} + 70) = 240 + \textcircled{1} = \textcircled{3}$ となります。よって、①は120ですから、ぶどう1房の値段は、 $120 + 70 = 190$ (円)となります。

2 中間集合

(1)

① 得点が2点ということは、最初は1と2以外の目が出て、その後奇数の目が出たということです。よって、 $4 \times 3 = 12$ より、12(通り)となります。

② 得点の組み合わせは、(1, 3, 3), (2, 2, 3)の2通りです。これに加え、順番やサイコロの目の出方を考えます。(1, 3, 3)のから求めます。3点の場合はその後のサイコロは何が出てもいいので6通りをかけるのを忘れないようにしましょう。 $2 \times 6 \times 2 \times 6 \times 4 \times 3 = 1728$ 通りです。(2, 3, 3)の場合は、 $12 \times 4 \times 3 \times 4 \times 3 = 1728$ 通りです。さらに、順番が3通りずつあるので、 $(1728 + 1728) \times 3 = 10368$ より、10368(通り)になります。

(2)

三角形PQRは高さが $\frac{3}{4} \times AB$ である正三角形なのに対し、三角形OBCは一辺がBCの正三角形です。このままでは面積比を出すことができません。しかし、三角形PQRの面積は、1辺の長さが $\frac{1}{2} \times BC$ の正六角形の半分の面積であるということに注目すれば、求めることができます。三角形PQRの面積は、1辺の長さが $\frac{1}{2} \times BC$ の正三角形3個分で、三角形OBCは一辺の長さがBCの正三角形1個分の面積ですので、相似比と個数の比で求めます。1辺の長さが $\frac{1}{2} \times BC$ の正三角形と一辺がBCの正三角形の相似比は1:2ですから、面積比は1:4です。個数の比は3:1なので、1辺の長さが $\frac{1}{2} \times BC$ の正三角形の面積を①とおくと、三角形PQRと三角形OBCの面積は、③、④となります。よって面積の比は3:4です。

【解法記述の解答例】

三角形PQRの面積は、1辺の長さが $\frac{1}{2} \times BC$ の正三角形3個分とおける。対する三角形OBCの面積は、一辺の長さがBCの正三角形1個分の面積とおける。1辺の長さが $\frac{1}{2} \times BC$ の正三角形と、一辺の長さがBCの正三角形の相似比は1:2なので、面積比は $1 \times 1 : 2 \times 2 = 1 : 4$ である。1辺の長さが $\frac{1}{2} \times BC$ の正三角形の面積を①とおくと、三角形PQRの面積と三角形OBCの面積はそれぞれ③、④とおける。よって、三角形PQRと三角形OBCの面積の比は、3:4である。

3 立体図形

(1)

立方体と正八面体の体積比なので、正八面体を高さの半分の断面で切断し正四角錐二つからなるものとして、底面の比と高さの比をそれぞれ考えます。立方体を真上から見たとき、立方体と正四角錐の底面は、正方形とその正方形の各辺の midpoint を結んでできた正方形が中にできた図形になり、立方体の底面の正方形は正四角錐の底面の正方形の2倍の大きさなので、その比は2:1となります。次に高さの比について考えます。正八面体の高さとは立方体の高さと同じなので、最後に体積比の計算をします。

立方体の体積は、底面積 \times 高さ $=2 \times 1 = 2$

対して正八面体の体積は、底面積 \times 高さ $\times \frac{1}{3} = 1 \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

よって立方体と正八面体の体積比は $2:\frac{1}{3}=6:1$ となります。

(2)

立体 T の比の体積を出すためには正八面体から頂点と四つの中点に囲まれた正四角錐を 6 つ引きます。

(1) に続き正八面体を正四角錐二つに分けて考えます。正八面体の半分の正四角錐と頂点と四つの中点囲まれた正四角錐の辺の比は $2:1$ なので、体積比は $2 \times 2 \times 2:1 \times 1 \times 1=8:1$ になります。

正八面体の体積は大きい方の正四角錐 2 つ分なので $8 \times 2=16$

対して小さい方の正四角錐の合計は、 $1 \times 6=6$

よって正八面体と **立体 T** の体積比は、 $16:(16-6)=8:5$ となります。

(3)

立体 T の図形で考えると切断のイメージがしにくいので、右図のように **立体 T** の三角形の八面に三角錐を付け加えて立方体にします。このとき **立体 T** は立方体のすべての辺の中点を結んでできる八つの三角錐をけずった形になります。立方体に点 A, G, K を通るように切断面をいれると、正六角形の断面になりこれは立方体を二分します。またこの断面は立方体の **立体 T** 以外の部分を切断しません。従ってこの切断は **立体 T** を二分します。このことから頂点 F を含む立体は **立体 T** の $\frac{1}{2}$ の体積となります。立方体の体積を 1 としたとき、

(1) から正八面体の体積は $\frac{1}{6}$

(2) から **立体 T** の体積は、 $\frac{1}{6} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{48}$

上記より頂点 F を含む立体の体積は、 $\frac{5}{48} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{96}$

よって頂点 F を含む立体の体積は立方体の体積の $\frac{5}{96}$ (倍) になります。

4 調べ・推理・場合の数

(1)

A さんの手の出し方はグー、チョキ、パー、スーの 4 通りです。同様に B さん、C さん、D さんも手の出し方は 4 通りですので、全員の手の出し方の組み合わせは $4 \times 4 \times 4 \times 4=256$ (通り) です。

(2)

出す手の種類を○と△で表すことにします。ただし、全員があいこになるため、○と△はあいこの関係です。

全員があいこになるときのパターンは以下の通りです。

- ① ○○○○ (全員同じ手)
- ② ○○○△
- ③ ○○△△
- ④ ○△△△
- ⑤ △△△△ (全員同じ手)

① の場合、手の出し方は1通り。②の場合、△が誰かを決めればよいので、4通り。③の場合、○を2人決めればよいので、6通り。④の場合、②と同様に4通り。⑤の場合、①と同様に1通り。よって、○と△が決まっているとき、16通りの手の出し方があります。○と△はグーとパーの組み合わせ、チョキとスーの組み合わせの2通りがあるので、全員があいこになる手の出し方は $16 \times 2 = 32$ (通り)です。

(3)

まず、1回のジャンケンで1位が1人に決まるとき、その人がAさんであったとして、Aさんのジャンケンの結果を考えます。

① Aさんが3勝の場合

Aさんがグーを出したと仮定すると、Aさんが3勝ならほかの人は全員チョキを出しています。よって、ほかの3人の中で2勝の人はいないので、Aさんが3勝の場合、Aさんが1位になります。

② Aさんが2勝1引き分けの場合

Aさんがグーを出したと仮定すると、Aさんが2勝1引き分けならほかの3人はチョキ・チョキ・グー、もしくはチョキ・チョキ・パーを出したことになります。しかし、Aさんが1位に決まるとき、ほかのもう一人がAさんと同じグーを出すとその人も1位になってしまうため、ほかの3人がチョキ・チョキ・グーを出すと成立しません。また、ほかの3人がチョキ・チョキ・パーを出すとき、この3人の中で2勝する人はいません。よって、Aさんが2勝1引き分けで、ほかの3人がチョキ・チョキ・パーを出す場合、Aさんが1位になります。

③ Aさんが2勝1敗の場合

Aさんがグーを出したと仮定すると、Aさんが2勝1敗ならほかの3人はチョキ・チョキ・スーを出したことになります。この3人の中で2勝する人はいないから、Aさんが2勝1敗の場合、Aさんが1位になります。

④ Aさんが1勝2引き分けの場合

Aさんがグーを出したと仮定すると、Aさんが1勝2引き分けならほかの3人はスー・パー・パー、を出したことになります(②と同様に、Aさんと同じ手を出す人がいてはならないため)。このとき、パーを出した人も1勝2引き分けになってしまいます。よって、Aさんが1勝2引き分けの場合は、Aさんが1位になることはありません。

また、この結果からAさんが1勝1引き分け1敗の場合、1勝2敗の場合、それ以降についても成立しないことがわかります。つまり、①②③以外で、Aさんが1位になるパターンは考えられません。

次に、①②③のそれぞれの場合で手の出し方は何通りあるかを考えます。①の場合では、Aさんの出す手を1つ決めたとき、ほかの3人の手は1通りに決まりますから、Aさんが1位になるとき手の出し方は4通りです。1位になる人はAさん、Bさん、Cさん、Dさんの4通りがあるので、 $4 \times 4 = 16$ 通り。②の場合では、Aさんの出す手を1つ決めたとき、ほかの3人の手は3通りあるので、Aさんが1位になるとき手の出し方は $4 \times 3 = 12$ 通りあります。1位になる人はAさん、Bさん、Cさん、Dさんの4通りがあるので、 $12 \times 4 = 48$ 通り。③の場合では②と同様に、Aさんの出す手を1つ決めたとき、ほかの3人の手は3通りあるので、Aさんが1位になるとき手の出し方は、 $4 \times 3 = 12$ 通りあります。1位になる人はAさん、Bさん、Cさん、Dさんの4通りがあるので、 $12 \times 4 = 48$ 通りです。

よって、1回で1位が決まる手の出し方は $16 + 48 + 48 = 112$ (通り)です。

5 数表

(1)

N段目の一番左の数は、(N-1)番目までの偶数の和に1を足すことで求められます。よって、10段目の一番左の数は、 $2 + 4 + 6 + \dots + (9 \text{ 番目の偶数}) + 1 = 2 + 4 + 6 + \dots + 18 + 1 = (2 + 18) \times 9 \div 2 + 1 = 91$ です。

(2)

①

まず、73が何段目の左から何番目にあるかを考えます。一番左にある数で、73に近い数を探すと、 $(2 + 16) \times 8 \div 2 + 1 = 73$ で、ちょうど73が一番左にあることがわかります。また、太線で囲まれた部分の左上の数が段の一番左になる場合、左上の数をnとすると、その下の数はn+1に、2つ右にある数はn+2に、n

n	A	n+2
n+1	B	n+3

図1

+2の下の数はn+3になります。また、nの1つ右にある数をA、Aの下にある数をBとすると、

$A + B = (n + 1) + (n + 2) + 2$ という規則が成り立ちます(図1)。

よって、6つの数の和は、 $n \times 6 + 11$ で求められるので、答えは $73 \times 6 + 11 = 449$ です。

②

①で用いた規則は左上の数が段の一番左の場合に限らず、左上の数が奇数である場合にいつも成り立ちます。

(全ての奇数が長方形の左上の数になれるとは限りません。また、次の左上の数が偶数である場合も同じです。)左上の数が偶数である場合、左上の数を n とすると、図2のような規則が成り立ちます。①で用いた規則から、

	n	m	$n+2$	$m+2$
$m-1$	A	$m+1$	B	

図2

$n + A = m + (m - 1) + 2 = m \times 2 + 1$, $(n + 2) + B = (m + 1) + (m + 2) + 2 = m \times 2 + 5$ です。

よって、 $A + B = (m \times 2 + 1) + (m \times 2 + 5) - (n + n + 2) = m \times 4 + 4 - n \times 2$ になるから、6つの数の和は $n + (n + 2) + m + (m + 1) + (m \times 4 + 4 - n \times 2) = \underline{m \times 6 + 7}$ と表すことができます。もし、この問題の、6

つの数の和が781になるときの左上の数が奇数の場合、 $n \times 6 + 11$ を用いると、 $n = (781 - 11) \div 6 = \frac{385}{3}$ と

なり、分数になってしまうため成り立ちません。偶数の場合、 $m \times 6 + 7$ を用いると、 $m = (781 - 7) \div 6 = 129$ で、整数になります。また、129は11段目の左から19番目にあり、11段目は $11 + 10 = 21$ で21番目までであるため、太線の長方形を作ることができます。左上の数が偶数の場合の、6つの数の中で最も大きい数は、図2でいうとBにあたります。 $B = m \times 2 + 5 - (n + 2)$ で求められるので、 n を知る必要があります。 m とその左にある n との差は、 $m \cdot n$ がある段を N 段とすると、 N 番目の奇数になります。

よって、 $m = 129$ (11段目の左から19番目)のとき、 $n = 129 - 21 = 108$ であるので、答えは $129 \times 2 + 5 - (108 + 2) = 153$ になります。

【お詫び】

部誌として配布した際、いくつか誤植・表現が不十分な点がございました。主なものを下に記しましたので、ご確認ください。

(訂正)

解答

⑤ (2) ② (誤) 143 → (正) 153

解説

⑤ (2) ② 下2行 (誤) よって、 $m = 129$ (11段目の左から19番目)のとき、 $n = 129 - \underline{11} = \underline{118}$ であるので、答えは $129 \times 2 + 5 - (\underline{118} + 2) = \underline{143}$ になります。→(正) よって、 $m = 129$ (11段目の左から19番目)のとき、 $n = 129 - \underline{21} = \underline{108}$ であるので、答えは $129 \times 2 + 5 - (\underline{108} + 2) = \underline{153}$ になります。

ご迷惑・ご混乱をお招きし、大変申し訳ございませんでした。このようなミスにより気を付けて参ります。

入試予想担当者一同