注意：この問題は数研部員が独自に作成した予想問題です。学校とは一切関係ありません。

2020年度

高等部入学試験問題

数　　学

（60分間）

【注 意 1】

1.　問題は，$\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ までです。

2.　答えは，すべて別紙の解答用紙に記入しなさい。

【注 意 2】

1.　答えは，最も簡単な形で書きなさい。

2.　分数は，これ以上約分できない分数の形で答えなさい。

3.　根号のつく場合は，$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$のように根号の中を最も小さい正の整数にして答えなさい。

【注意】受験番号は，算用数字で横書きにすること。

受験番号				

氏名	

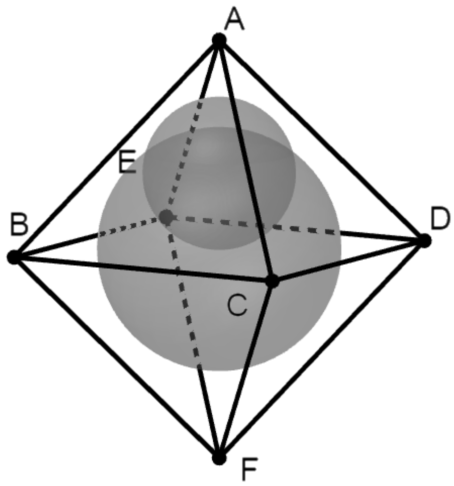
$\boxed{1}$ 次の各問いに答えよ。

（１） 方程式 $6\left(\frac{9}{\sqrt{24}}x+\frac{7}{\sqrt{6}}\right)^2+5\left(\frac{3}{\sqrt{45}}+\frac{7}{\sqrt{20}}x\right)^2=54-\frac{7}{2}x^2$ を解け。

（２） 2 次方程式 $x^2-6x+4=0$ の 2 つの解を α，β とする $(\alpha>\beta)$。このとき，$\frac{\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}$ の値を求めよ。

（３） 今時計は０時を指している。次に短針と長針のなす角度と長針と秒針のなす角度が等しくなるのは 何時何分何秒か。ただし，時計回りに短針，長針，秒針と並んでいて，どの２つの針も重なっていないものとする。

（４） 一辺が４の正八面体がある．図のように正八面体と正四角錐にそれぞれ球が内接しているとき，正八面体に内接する球の半径は，正四角錐に内接する球の半径の何倍か。



2 次の各問いに答えよ。

（1） 下の表はある 40 人のクラスで行った 10 点満点のテストの結果をまとめたものである。中央値 5.5，平均値 5.525 のとき，ア，イ，ウの値を求めよ。

点数	人数
0	3
1	2
2	ア
3	イ
4	3
5	4
6	ウ
7	5
8	6
9	5
10	3
合計	40

（２） $a^2+3ab+2a+3b=2019$ を満たす素数(a，b)をすべて求めよ。

（３） ３つの自然数 a，b，c について，a と b の最小公倍数が 63，b と c の最小公倍数が 56 である。このとき，a と c の最小公倍数として考えられるものをすべて答えよ。<u>**答えまでの過程も記述すること。**</u>

3 放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=c$ は２つの共有点Ａ，　Ｂを持ち，Ａのx座標は負である。次の各問いに答えよ。

（１）三角形ＯＡＢは正三角形である。この正三角形の一辺の長さを求めよ。

（２）　放物線上にＢでない点Ｄを取ると，三角形ＯＡＤの面積は三角形ＯＡＢの面積と等しくなった。点Ｄの座標を求めよ。

（3） 三角形ＯＢＤを，y軸を中心に一回転してできる立体の体積を求めよ。

4　次の各問いに答えよ。

（1）**図１**のように円の直径ＡＢと同じ円周上に点Ｃがある。点Ｃから線分ＡＢに垂線を下ろし，垂線の足を点Ｄとする。半直線ＣＤと円の交点を点Ｅとする。∠ＡＥＤ＝30°，ＡＤ＝1とするとき，ＢＣの長さを求めよ。

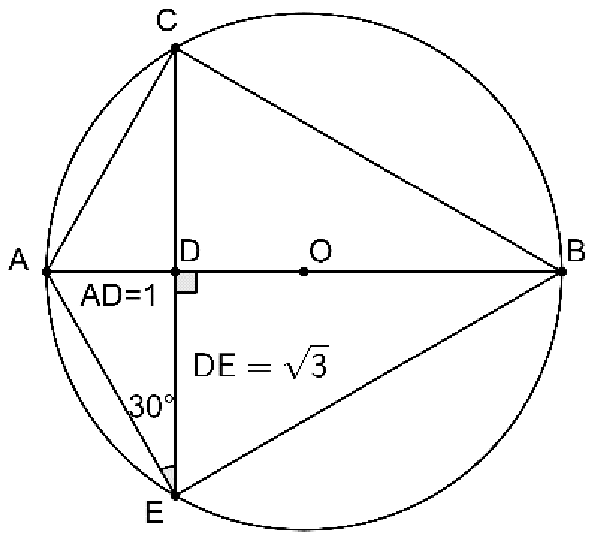


図１

（**2**）　**図 2** の長方形ＡＢＣＤと同じ面積の正方形をコンパスと定規のみを使って作図せよ。ただし，ＡＢ＝1 である。

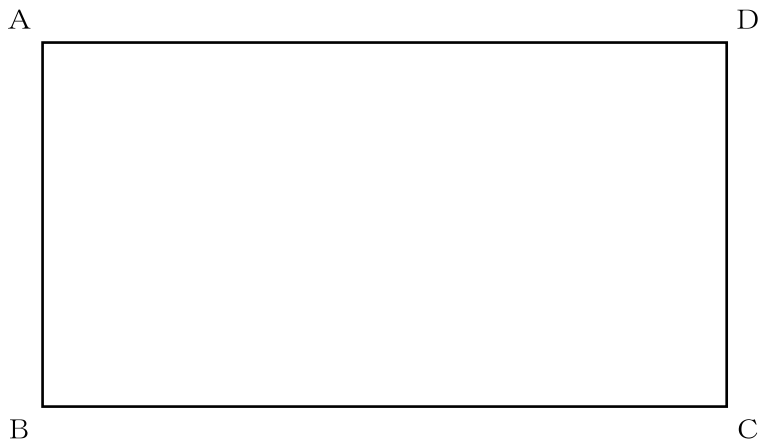


図 2

5　正四面体Ｏ－ＡＢＣは一辺の長さが６である。点Ｐ，　Ｑ，　Ｒをそれぞれ線分ＯＡ，　ＯＢ，　ＯＣ上の点で，いますべてＯにある。大，中，小のサイコロを同時に振り，それぞれのサイコロの出た目の数だけ点Ｐ，Ｑ，Ｒを点Ｏから進める。

たとえば，(大，中，小)＝(3，1，6)だったとき，ＯＰ＝3，ＯＱ＝1，ＯＲ＝6 となる。

このとき，次の各問いに答えよ。

（１）　四面体Ｏ－ＰＱＲの体積が $2\sqrt{2}$ となる確率を求めよ。

（２）　大，中，小のさいころをもう１回振って，同様に点Ｐ’，Ｑ’，Ｒ’とした。このとき，三角形ＰＱＲと三角形Ｐ’Ｑ’Ｒ’が共有点を持つ確率を求めよ。

（３）　凸五面体ＰＱＲ－Ｐ’Ｑ’Ｒ’の体積が $\frac{55}{6}\sqrt{2}$ となる確率を求めよ。

〔以　下　余　白〕