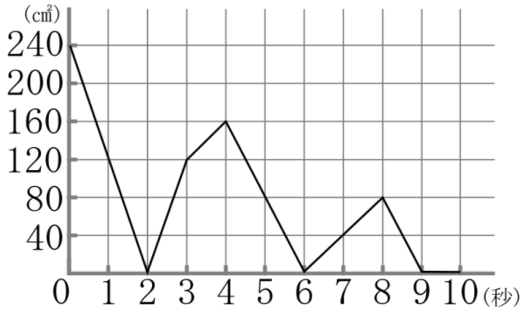
＝＝

【解答】

1　（１）10（２）160(個)（３）5600(円)（４）3052.08(cm^3)

2　（１）6(cm)（２）3(秒後)（３）下図



3　（１）4(倍)（２）$3\frac{4}{7}$(倍)（３）13.23(cm^3)

4　（１）10(人)（２）40(人)（３）50 点，80 点(完答)

5　（１） 9(通り)（２）140(通り)（３）6018(通り)

＝＝

【配点】

1　各 6 点　　　　　　　　　小計　24 点

2　（１）・（２）6 点（３）7 点　小計　19 点

3　（１）・（２）6 点（３）7 点　小計　19 点

4　（１）・（２）6 点（３）7 点　小計　19 点

5　（１）・（２）6 点（３）7 点　小計　19 点

　　　　　　　　　　　　　　合計 100 点

＝＝

【解説】

1　小問集合

（１）　$12.25-\left(\frac{3}{5}+2.375\div1\frac{7}{12}\right)\times1\frac{1}{14}=12.25-\left\{\frac{3}{5}+\left(\frac{19\times12}{8\times19}\right)\right\}\times\frac{15}{14}=12.25-\frac{21}{10}\times\frac{15}{14}=\frac{49}{4}-\frac{9}{4}=10$

（２）　みかんの個数の$\frac{1}{5}$は，りんごの個数の$\frac{1}{3}$より 1 個少ないので，みかんの個数の$\frac{3}{5}$は，りんごの個数より 3 個少ないことがわかります。また，みかんとりんごの個数の合計の$\frac{1}{7}$は，みかんの個数の$\frac{1}{4}$より 3 個少ないので，みかんの個数は，みかんとりんごの個数の合計の$\frac{4}{7}$より 12 個多いことがわかります。

これを整理すると，
全体$\boxed{7}$　みかん$\boxed{4}$＋12　りんご$\boxed{2.4}$＋10.2

となります。$\boxed{7}$-($\boxed{4}$＋$\boxed{2.4}$)＝$\boxed{0.6}$が 12＋10.2＝22.2 個と等しいので，(1)は 22,2÷0.6＝37 個となります。よってみかんの個数は 37×4＋12＝160(個)となります。

（３）　Ｂ君の金額を加えても，Ａ君とＣ君の金額の差は変わりませんから，Ａ君とＢ君の所持金の合計とＢ君とＣ君の所持金の合計の差は変わりません。また全体の和も変わらないので次のように図に表せます。

ＡとＣの差が，渡す前と渡した後の

両方で$\boxed{2}$なので,渡す前の 1 は渡

した後の 1 に等しいです。

$\boxed{20}-\boxed{14}=\boxed{6}$よりＢは$\boxed{6}$，$\boxed{11}-\boxed{6}=\boxed{5}$よりＡは$\boxed{5}$，$\boxed{9}-\boxed{6}=\boxed{3}$よりＣは$\boxed{3}$

$(\boxed{5}+1200)+(\boxed{16}-2000):(\boxed{16}-2000)+(\boxed{3}+800)=4:3$　　$(\boxed{11}-800):(\boxed{9}-1200)=4:3$　　$\boxed{33}-2400=\boxed{36}-4800$

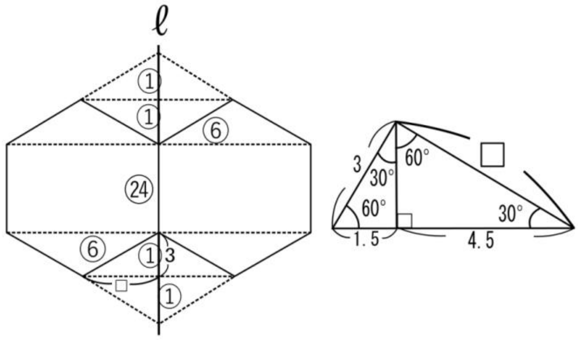
$\boxed{3}=2400$　　$\boxed{1}=800$　よってＡ君のはじめの所持金は 800×7＝5600(円)となります。

（４）

6:□=□:4.5　□×□＝27

27×3.14×3×1/3＝①

・・・この 36 倍が答え



27×3.14×36＝972×3.14

＝1000×3.14-28×3.14

＝3140－87.92＝3052.08(㎠)

○は体積比をあらわします。

この$\boxed{1}$ではミスなく確実に正解することが重要です。

$\boxed{2}$　点の移動

（１）　一直線上になったということは，点Ｑが直線ＰＲの中点(Ｓとします)と重なったということになります。

中点ＳはＡＢから(4+8)×2÷2＝12cm の位置にありますから，ＤＣからも 12cm の距離にあります。よって，点Ｑの速さは 12÷2＝6 より秒速 6(cm)です。

（２）　三角形ＰＱＲの面積は，三角形ＰＲＳと三角形ＲＱＳの和です。三角形ＰＲＳとＲＱＳの底辺の長さはともにＱＳですから，三角形ＰＲＱの面積は(ＱＳの長さ)×20÷2＝(ＱＳの長さ)×10 となります。ＱＳの長さは最初 24cm で 6+6＝12cm ずつ縮まります。よって最初に 120 ㎠となるのは，(24-12)÷12＝1 秒後となります。そして次になるのは一直線上になった 1 秒後ですから，2+1＝3(秒後)となります。

（３）　3 秒後までは（２）で把握できましたね。これ以降は各点の折り返しに注目していきましょう。点Ｐは 6 秒ごと，点Ｑは 4 秒ごと，点Ｒは 3 秒ごとに折り返します。折り返すまでは面積は一定の割合で増減するので，いずれかの点が折り返すときの図を見ていきます。

【4 秒後】

点Ｐ　4×4＝16 よりＡから 16cm の地点

点Ｑ　6×4＝24 より点Ｅにある

点Ｒ　8×4-24＝8 よりＣから 8cm の地点にある　点ＳはＥから 16cm の地点にある

よって 16×10＝160 ㎠

【6秒後】

点Ｐ　4×6＝24よりＤにある　点Ｑ　6×6-24＝12よりＥＦの中点にある

点Ｒ　8×6-24＝24よりＢにある　点ＳはＥＦの中点にあるのでＲＳの長さは0cm．よって０㎠

【8秒後】

点Ｐ　4×8-24＝8よりＤから8cmの地点　点Ｑ　6×8-24＝24よりＦにある

点Ｒ　8×8-48＝16よりＢから16cmの地点にある　点ＳはＦから8cmの地点にあるので8×10＝80(㎠)

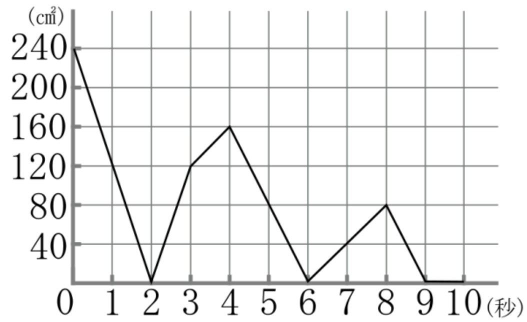
【9秒後】

点Ｐ　4×9-24＝12よりＤから12cmの地点　点Ｑ　6×9-48＝6よりＦから6cmの地点にある

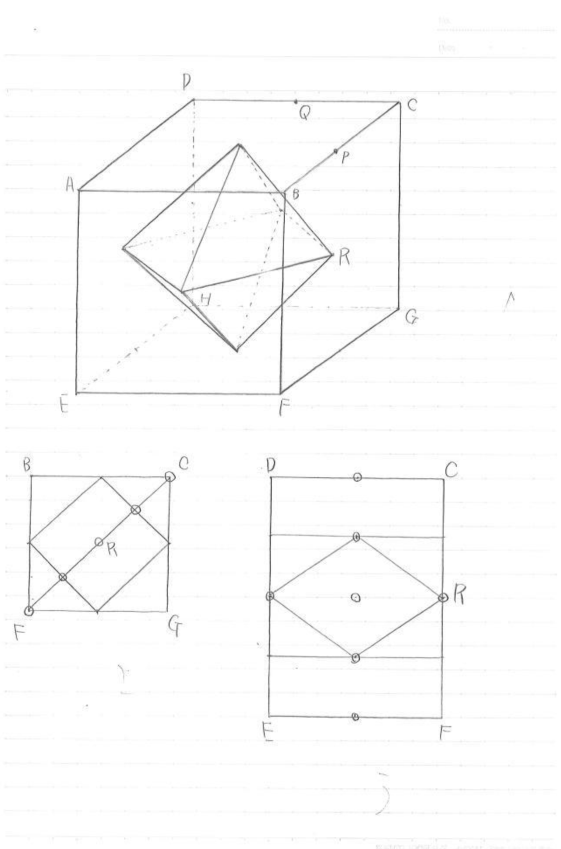
点Ｒ　8×9-48＝24よりＣにある　点ＳはＦから6cmの地点にあるのでＲＳの長さは0cm。よって０㎠

これ以降は，ＲとＳは6cmずつ動きますから10秒後まで０㎠です。

よって，右図のようになります。



２０１７，２０１８年度の形式変化に伴い，作図問題を出題しました。２０１９年度もこの形式とは限りませんが(中問２つに戻るかも)どちらにしてもそこまで難しくないのでミスは許されません。



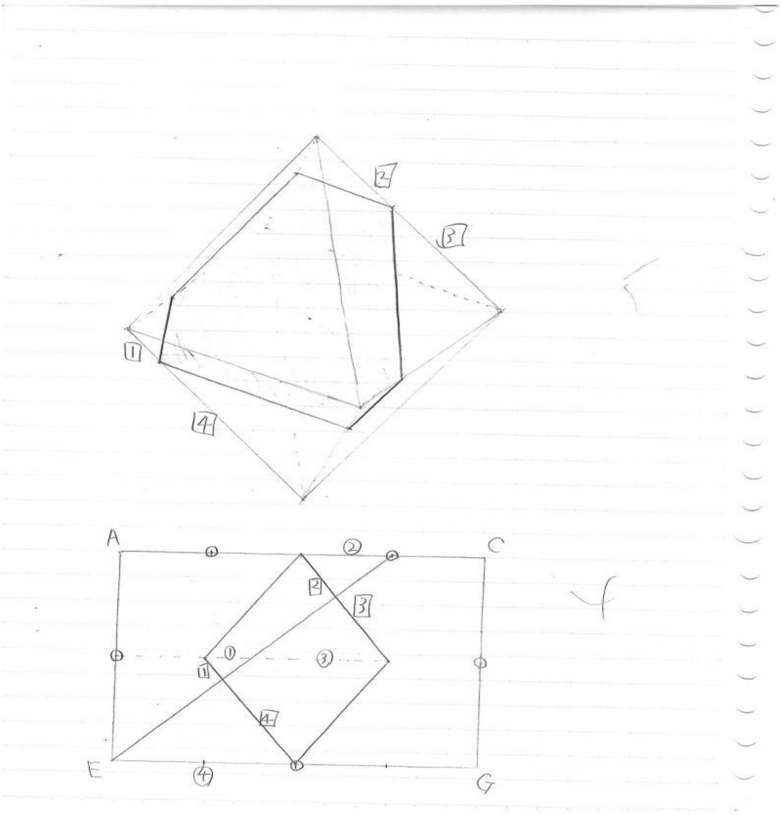
3　立体の切断

(１)まず切断面を真横，つまり面ＣＢＦＧの方から見てみると，左のような図になります(ただし立方体は内側が透けている状態)。

この図から正八面体の辺が線分ＣＲを二等分していることが分かり，ここで今度は断面図を考えると上のようになります。

正八面体の断面はひし形となっていて，これはひし形をちょうど覆う長方形の半分の面積となっています。そしてこの長方形 は立方体の断面の半分の面積です。したがって，2×2＝4 より 4(倍)

（２） ＡＣＥを通る平面ということより切断面はＧを通ることが分かります。そこで平面ＡＣＧＥから見た図を考えます。(１)の正八面体の断面積を 40 とします。すると正八面体の方の断面積は



$20\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}+(20-20\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{5})=28$ となります。

それに対し全体の長方形の面積は $40\times4=160$ となり，立方体の断面積は，$160\times\frac{1+4}{4+4}=100$

したがって $\frac{100}{28}$ より $3\frac{4}{7}$（倍）

（３） これはかなりの難問(捨て問)です。計算自体はそこまで難しくもないので解いて見ても良いかもしれませんが，時間があったらというところですね。

平面ＡＣＥＧで切断されていますが，これは立体を半分に切っているだけですので，ＥＰＱを通る平面だけで切断したときの正八面体の体積を求めて半分にします。

よってまず求める体積は左の図の立体の下の部分です。しかし，これをいきなり求めることも難しいので，いくつかに分割して考えます。その分割の仕方は(２)のときと全く同じです。下だけを考えて，左上の小さい部分を引いて残りの部分(①とします)を求めて，正八面体の上半分のうち，右下の部分の体積(②とします)を求めて２つを足し合わせます。それぞれ求める立体はすべて断頭三角柱の考え方を使えます。

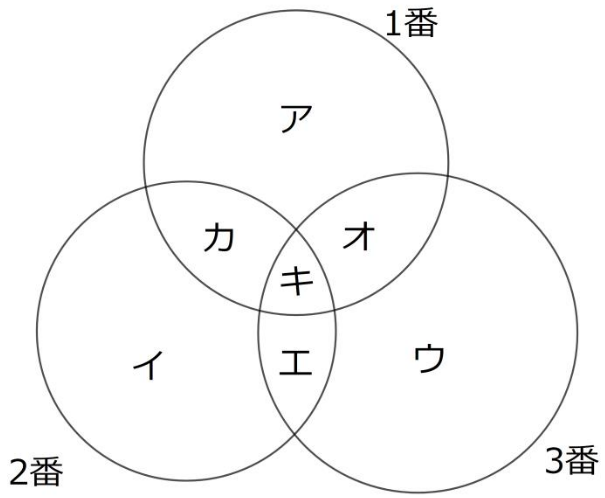
平面ＡＣＧＥの断面図において，ひし形の上半分の三角形の面積を１とします。そして正八面体の一辺の長さを１とします。すると正八面体全体の体積は $1\times\frac{1+1+0}{3}\times2=\frac{4}{3}$ となります。

それに対し①の体積は $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}\times\frac{1+1+0.8}{3}=\frac{93}{150}$

②の体積は $\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1+1+0.4}{3}=\frac{9}{25}$

よってこの２つを足し合わせると$\frac{93}{150}+\frac{9}{25}=\frac{147}{150}$となり$\frac{147}{150}\div\frac{4}{3}=\frac{147}{200}$より正八面体の体積の$\frac{147}{200}$倍となります。

正八面体の体積は$\frac{6\times6}{2}\times\frac{6}{2}\times\frac{1}{3}\times2=36$ より 36cm^3 です。よって先程の体積は $36\times\frac{147}{200}=26.46$($cm^3$) であり，求める体積はこれの半分なので 13.23(cm^3) です。



4　条件整理と平均

（１）　まず右の図のようなベン図を書きます。問題文から
ア＝1，ウ＝4，キ＝5 ということが分かります。
1 番が解けた人が 17 人ということよりオ＋カ＝11，
3 番が解けた人が 22 人ということよりエ＋オ＝13，
また 50 点の人が 14 人ということよりイ＋オ＝14
となります。
2 番が解けた人が 31 人ということよりイ＋エ＋カ＝31－5＝26 です。
(オ＋カ)+(エ＋オ)+(イ＋オ)-(イ+エ+カ)=オ×3 ということからオ＝(11+13+14-26)÷3=4 となります。よってイ＝14－4＝10 よって 10(人)です。

（２）（１）よりエ＝13-4=9，カ＝11-4=7 ということが分かります。よってクラス全員の人数は
1+10+4+9+4+7+5=40 より 40(人)です。
（３）　ここで点数の表を作ると下図のようになります。

20	30	50	70	80	100
4	1	14	9	7	5

正しい平均点を計算すると，(20×4+30×1+50×14+70×9+80×7+100×5)÷40=62.5 となります。
誤った平均点の方ではこれよりも 5.25 点高いため，生徒全員の合計点が 210 点高くなっているということです。
合計点が高くなるためには，20 点と 30 点のように入れ替える前は低い点数のほうが人数が多いような組み合わせでなければなりません。例えばこの場合では(30-20)×(4-1)=30 点分高くなっています。これで実際に計算していくと，
50 点と 70 点だと(70-50)×(14-9)=100 点分，50 点と 80 点だと(80-50)×(14-7)=210 点分高くなります。
よって 50 点と 80 点の人数を入れ替えてしまったのだと分かります。
(ちなみに他の組み合わせも試してみると，210 にはならないことが分かります。)

この大問はあまり難易度が高くありません。(３)であっても落ち着いて解けば取れるはずです。いきなり（３）までたどり着くのは難しいかもしれませんが，算数を得点源としようとするならば，このレベルは時間内に解けるようになっておくと安心です。

5　場合の数

（１）　A君が得点するのはA君の数とB君の数が等しいときです。B君の数は6～10なのでA君の数が6～10となるようなカードの引き方を考えます。

A君の点数	引いたカード
6点	(1,5),(2,4),3
7点	(2,5),(3,4)
8点	(3,5),4
9点	(4,5)
10点	5

以上より9通りです。

（２）　A君が1点を得るのはA君の数が6か7となる時であり，その引き方は(１)より5通りです。

B君が3点を得るためにはB君が10のカードを引き，A君の数が10以外となったときです。A君のカードの引き方は$\frac{5\times4}{2}$＋5＝15より15通りです。A君の数が10となるのはA君が5のカードを引いたときであるので，A君の数が10以外となるのは14通り。

さらにA君が先に得点するパターン，B君が先に得点するパターンの2つがあるので，合計で5×14×2=140通りとなります。

（３）　少し見ただけではかなり難しく見えますが，得点の仕方について着目して場合分けすればそこまで難しいというわけでもありません。

B君が5点取るためには，2回得点するしかないため，A君は1回のゲームで2点得点したことが分かります。その方法は(１)より3通りです。B君が5点取る方法は大きくわけて2つあります。

①　2回連続で1点を取る方法

B君が1点を取るためには，6または7を引き，かつA君の数がB君の数と等しくなければ良いです。そのようなカードのとり方は(15−3)+(15−2)=25より25通りあります。また得点の順番はBBA，ABBの2種類があります。よってこの場合は全部で3×25×25×2=3750より3750通りあります。

②　2点と3点を取る方法

追加の点数をもらわないためにＢＡＢの順で得点しなければなりません。Ｂが２点を取るためにはＢが８または９のカードを引き，かつＡの数とＢの数が等しくなければ良いですから，そのようなカードのとり方は(15−2)+(15−1)=27 より 27 通りあります。Ｂが３点取る方法は（**２**）より 14 通りあります。またＢが先に２点取る方法，先に３点取る方法の２通りがあります。よってこの場合は全部で 27×3×14×2=2268 より 2268 通りあります。

よって合計で 3750+2268=6018 より 6018 通りです。

【お詫び】

部誌として配布した際，いくつか誤植・表現が不十分な点がございました。主なものを下に記しましたので，ご確認ください。

(訂正)

問題

$\boxed{4}$　問題文　(誤)<u>0 点</u>は５人でした。→(正)<u>100 点</u>は５人でした。

解説

$\boxed{2}$　（**２**）　(誤)<u>ＱＳ</u>→(正)<u>ＲＳ</u>　［4 か所］　※三角形ＲＱＳのＱＳは正しいものです。

ご迷惑・ご混乱をお招きし，大変申し訳ございませんでした。　入試予想担当者一同