

注意：この問題は数研部員が独自に作成した予想問題です。学校とは一切関係ありません。

2019年度
高等部入学試験問題
数 学
(60分間)

【注意 1】

1. 問題は、

 から

 までです。
2. 答えは、すべて別紙の解答用紙に記入しなさい。

【注意 2】

1. 答えは、最も簡単な形で書きなさい。
2. 分数は、これ以上約分できない分数の形で答えなさい。
3. 根号のつく場合は、 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ のように根号の中を最も小さい正の整数にして答えなさい。

【注意】受験番号は、算用数字で横書きにすること。

受 験 番 号				

氏 名	
--------	--

1

次の各問いに答えよ。

(1) $x = \frac{\sqrt{35} + \sqrt{42}}{7}$, $y = \frac{-\sqrt{42}}{7}$ のとき,

$(x+3y)^2 - (x+2y)^2 + (x+y)^2 - 2xy - 6y^2$ の値を求めよ。

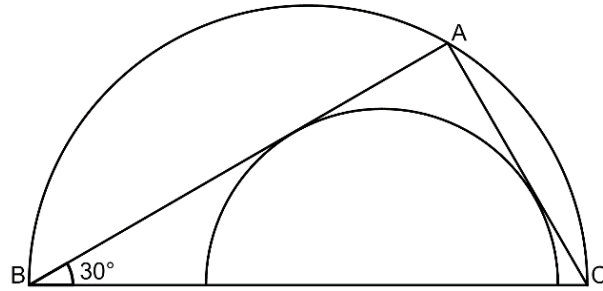
(2) $x^3 - y^3 - z^3 + 2xyz + x^2y + zx^2 - xy^2 - z^2x + y^2z + yz^2$ を因数分解せよ。

(3) 濃度が 27% の食塩水 200 g がある。そこに、濃度が 20% の食塩水を 230 g 加えてかき混ぜる。そこから、 x g の食塩を取り出し、 $2x$ g の水を加えると、6% の食塩水ができた。 x の値を求めよ。

(4) 座標平面上に、 $y = x^2$ 、 $y = x + 12$ を書く。また、 $y = x^2$ に点 P を取り、 $y = x^2$ と $y = x + 12$ の 2 つの交点とその点で作る三角形の面積が 35 のとき点 P の座標を求めよ。

2 次の各問いに答えよ。

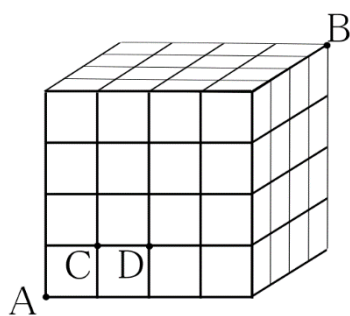
(1) 線分 BC とそれを直径とする半円 1 があり、半円 1 の直径を一边とし $\angle ABC = 30^\circ$ となるような円周上の点 A を頂点にもつ三角形がある。また線分 BC 上に直径を持ち、辺 AB と辺 AC に接する半円 2 をおく。このとき半円 1 と半円 2 の半径の比を求めよ。



(2) 64個の立方体を積み上げて作った大きい立方体がある。小さい立方体の辺を通過して最短経路で行くには、

(I) AからBまでの行き方は何通りあるか。

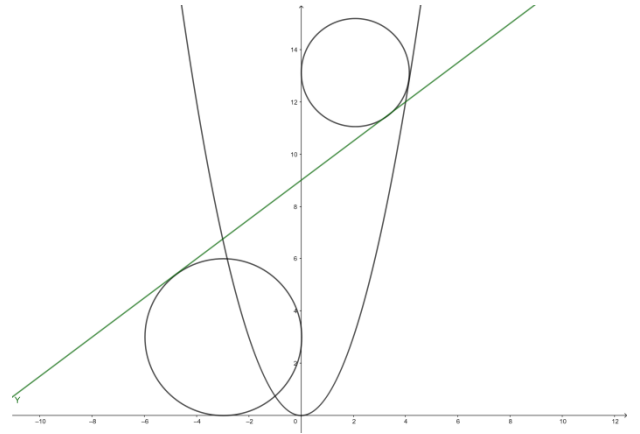
(II) 点C, Dをどちらも通ってはいけないとき、AからBまでの行き方は何通りあるか。



3 放物線 $y = \frac{3}{4}x^2$: ① と直線 $y = \frac{3}{4}x + 9$: ② がある。

右の図のように、 x 軸と y 軸と直線②に囲まれている円 A と、 y 軸と直線②に接している円 B について考える。
次の各問いに答えよ。

(1) 円 A の半径を求めよ。



(2) 円 B の半径を r とするとき、円 B の中心の座標を r を用いて表せ。

(3) 円 B の中心が放物線①上にあるとき, 円 A の中心と円 B の中心との距離を求めよ。

(4) y 軸と直線②と接し, かつ y 軸において円 B と一致せず接点を共有する中心を C とする円 C を考える。
 $\triangle ABC=440$ になるとき, 円 B の半径を求めよ。

4 下のように 1 から 9 まで書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつ合計 9 枚ある。

1 2 3 4 5 6 7 8 9

まずカードを 1 枚引き、その数を十の位とし、その後もう一度カードを引き、その数を一の位とする。
この作業を計二回繰り返して、二桁の自然数を二つつくる。
このとき、次の各問いに答えよ。ただし、一度引いたカードは戻さないとする。

- (1) 2 つの数の積が奇数になる確率を求めよ。
- (2) 2 つの数の積が 221 の倍数になる確率を求めよ。
- (3) 2 つの数の積が 256 の倍数になる確率を求めよ。

5 正六角錐 $O-ABCDEF$ の内部に全ての面に接する球がある。このとき次の各問いに答えよ。

(1) OA と円の直径がともに 6cm であるとき正六角錐の高さを求めよ。

(2) $OA=4\sqrt{21}\text{cm}$, $AB=4\sqrt{3}\text{cm}$ とする。

① 半径 r を求めよ。

② M, N をそれぞれ辺 OD, OE の中点とする。 A, B, M を通る平面でこの立体を切断した時、球の断面積を求めよ。

[以下余白]

