早稲田大学系属

早稲田実業学校

2016年10月1日

Vol.1

数学研究会

in いなほ祭

すうけん

会誌

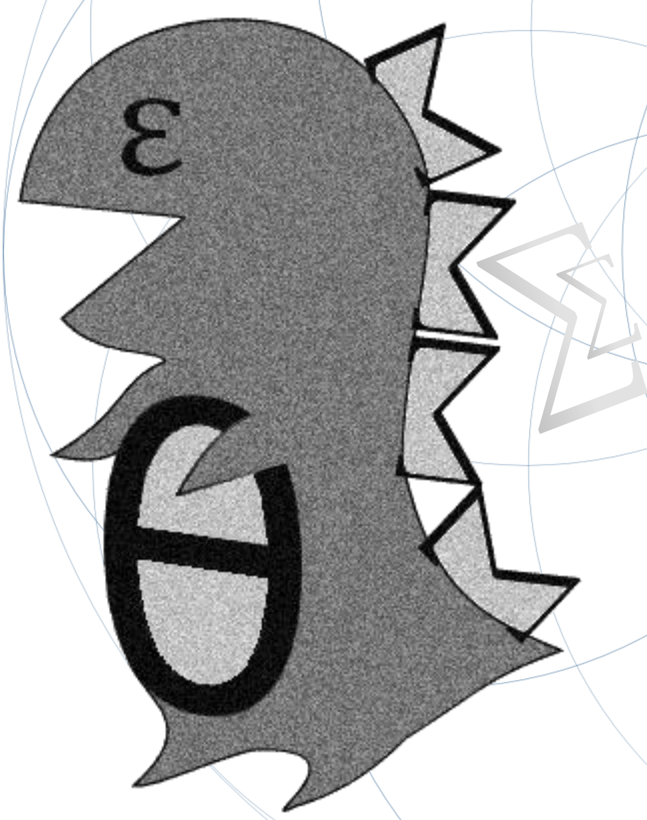
「すうけん」とは?

早稲田実業学校数学研究会、
通称「すうけん」は
早実の非公認活動団体である。

数学好き早実生の、数学好き早実生による、
数学好き早実生のための団体として発足し、
日々活動を続けている。

現在、同好会昇進を目下の目標とし、
此度の文化祭への出展を通して
我々の活動をより知っていただきたい
と考えている。

普段は中・高等部一緒に週二日活動している。
会員同士で面白い問題を出し合ったり、
思いついたことを話し合ったり、
たまに真剣に議論したりと、
生徒主体で楽しく活動している。



はじめに

「こんにちは。数学研究会です！」

この度は、この会誌を手に取って下さり、ありがとうございます。

よく「数学ってなんの役に立つの？」という質問を聞くように、化学や物理などの土台となることではじめて社会の役に立つ、という側面が強い数学は、なんのためにやっているかが直感的に分かりづらく、さらに計算は大変だし他の教科より難しい、ということで遠ざけられがちです。確かに、目的もわからずにひたすら計算するのはつまらないですし、そんな人の気持ちも分かります。

しかし、そんな人は少し考え方を変えてみて下さい。19 世紀イギリスの数学者ハーディは「最高の数学のほとんどは役に立たない」と述べています。そう、僕たちは、そして恐らく数学好きの多くの人は、役に立つかどうかなんてあまり気にせず「楽しいから」数学をやっているのだと思います。

数学は楽しい、本当に楽しいものです。たとえば、英語で書かれている本があって、その気にならないと読めないけど、少し頑張って読んでみれば今までにないほど最高に面白い。そんな、すこし踏み入りさえすればあなたにも訪れる、問題が解けた時の達成感だったり、習ったことの仕組みがはっきりと見えた時の納得感だったり、そこから自分で新しく、自由に考えてみるときの興奮だったり。そんな体験が、数学の広い世界には数えきれないほどあります。だから、食わず嫌いせずに、たくさんの人に数学を楽しんでもらいたいと思っています。「勉強」と肩肘張らず、宝探しのように自由に遊んでみてほしいです。今回のすうけんの企画や、この会誌が、少しでもそのきっかけになれれば嬉しいです。

さてさて、思ったよりお堅い文章になってしまったので、最後はちょっとだけかっこいいセリフでこの会誌を始めたいと思います。大好きな、結城浩さんの「数学ガール」の帯に書いてあったセリフをまとめたものですが…

『　すうけんからの贈り物です。
「数学」の、美しさを。確かさを。喜びを。ときめきを。そして楽しさを。
あなたへ！！(*ゝωδ)⌒☆　』

数学研究会副会長　　＊＊＊＊＊＊

目次

アルファベット一覧表					
大文字	小文字	読み方	大文字	小文字	読み方
A	a	エー	N	n	エヌ
B	b	ビー	O	o	オー
C	c	シー	P	p	ピー
D	d	ディー	Q	q	キュー
E	e	イー	R	r	アール
F	f	エフ	S	s	エス
G	g	ジー	T	t	ティー
H	h	エイチ	U	u	ユー
I	i	アイ	V	v	ブイ
J	j	ジェー	W	w	ダブリュー
K	k	ケー	X	x	エックス
L	l	エル	Y	y	ワイ
M	m	エム	Z	z	ゼット

ギリシア文字一覧表					
大文字	小文字	読み方	大文字	小文字	読み方
Α	α	アルファ	Ν	ν	ニュー
Β	β	ベータ	Ξ	ξ	クシー
Γ	γ	ガンマ	Ο	ο	オミクロン
Δ	δ	デルタ	Π	π	パイ
Ε	ε	イプシロン	Ρ	ρ	ロー
Ζ	ζ	ゼータ	Σ	σ	シグマ
Η	η	イータ	Τ	τ	タウ
Θ	θ	シータ	Υ	υ	ウプシロン
Ι	ι	イオタ	Φ	φ	ファイ
Κ	κ	カッパ	Χ	χ	カイ
Λ	λ	ラムダ	Ψ	ψ	プサイ
Μ	μ	ミュー	Ω	ω	オメガ

数学記号	
記号	意味
∴	「ゆえに」,「よって」という意味の記号
∵	「なぜならば」という意味の記号
□	「証明終了」の記号
Q.E.D.	Quod Erat Demonstrandum[ラテン語]の略で「かく示された」の意味

この頁
担当は……

第１章「0.9999…は本当に１か？」

担当:中等部２年　＊＊＊＊＊＊＊

$0.9999\cdots=1$

この式に疑問を持つ人は多いだろう。感覚的には「0.9999…」は１より少し小さいと思う。それは無限というものが感覚的に理解し難いからだろう。

ここではこの「$0.9999\cdots=1$」についていくつかの方法で考えてみようと思う。

Ⅰ,「分数」による考察

＜証明①＞

$$\frac{1}{9}=0.1111\cdots$$

この式の両辺を９倍する.すると

$$\frac{9}{9}=1=0.9999\cdots$$

となり,0.9999…=1 である.＜証明終＞

これは非常に単純明快な証明である。しかしこの証明は、数学的にはあまり厳密ではない点がある。その点とは一番最初の$\frac{1}{9}=0.1111\cdots$だ。この等式は、直感的にはわかりやすいが、上記の考察では正しいことが証明されていない。つまりこれを認めてしまうと、$0.9999\cdots=1$も認めたことになり、結局何も証明したことになっていない。

ではもし、最初が$\frac{1}{9}$ではなく、$\frac{1}{7}$だったらどうだろう。

＜証明②＞

$$\frac{1}{7}=0.14285614\cdots$$

この式の両辺を７倍する.すると

$$\frac{7}{7}=1=0.9999\cdots$$

となり,$0.9999\cdots=1$である.＜証明終＞

これは少しわかりにくくなったかもしれない。

それでも先ほどと同じように$\frac{1}{7}=0.14285714\cdots$がまだ証明されていないし、

$0.14285714\cdots\times 7=0.9999\cdots$もかなり怪しい感じがする。

Ⅱ.「差」による考察

＜証明①＞

$x = 0.9999\cdots$ とすると

$10x = 9.9999\cdots$ である.

よって

$10x - x = (9.9999\cdots) - (0.9999\cdots)$

$9x = 9$

$x = 1$　　＜証明終＞

これはかなり論理的で正しそうだ。実際にⅠの証明よりは厳密だ。しかしまだ、不確かな部分がある。どこだろうか。それは $(9.9999\cdots) - (0.9999\cdots) = 9$ である。

例えば、$10x$ の代わりに $\frac{4}{3}x$ としたらどうだろうか。本当に厳密な証明ならば、数値を変えてもきちんと証明できるはずだ。

＜証明②＞

$x = 0.9999\cdots$ とすると

$\frac{4}{3}x = 1.3333\cdots$ である.

よって

$\frac{4}{3}x - x = (1.3333\cdots) - (0.9999\cdots)$

$\frac{1}{3}x = 0.3333\cdots$

$x = 1$　　＜証明終＞

ちょっと数値を変えただけなのに急にわかりにくくなってしまった。それは先ほどの証明は $10x$ だったからうまくできたように見えただけである。

$(1.3333\cdots) - (0.9999\cdots) = 0.3333\cdots$ は何となく違和感が残ってしまう。

$(9.9999\cdots) - (0.9999\cdots) = 9$ も、実はたまたま正しいように見えただけで、本当はこの部分について証明が必要だ。

Ⅲ.「数列」による考察

＜証明①＞

$a_n = 9 \times 0.1^n$ とすると

$$0.9999\cdots = 0.9 + 0.09 + 0.009 + 0.0009 + \cdots$$

n 個までの項に注目すると

$$0.\underbrace{99\cdots9}_{n} = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

等比数列の和の公式により

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{0.9\left(1-0.1^n\right)}{1-0.1} = 1-0.1^n$$

極限を用いれば

$$\begin{aligned} 0.9999\cdots &= \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k \\ &= \lim_{n\to\infty} \left(1-0.1^n\right) \\ &= 1-0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

となり, $0.9999\cdots = 1$ が示された.＜証明終＞

これは極限を使うことによってかなり厳密に証明されているといえる。

また、極限を使うと次のような証明も考えられる。

＜証明②＞

$b_n = 0.1^n$ とすると

$$0.\underbrace{999\cdots9}_{n} = 1-b_n$$

極限を用いれば

$$\begin{aligned} 0.9999\cdots &= \lim_{n\to\infty} \left(1-b_n\right) \\ &= \lim_{n\to\infty} \left(1-0.1^n\right) \\ &= 1-0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

よって, $0.9999\cdots = 1$ が示された.＜証明終＞

②のほうが①に比べて簡単になったようだが、本質的には同じだ。どちらも数列の極限値を使っているからだ。極限によって、$0.9999\cdots = 1$ が証明されたのだ。

（補足）

極限、すなわち lim を用いることで、数列の極限値を求め、無限についての厳密な証明が出来た。しかし lim のような少々特殊な演算を挟むと、誤魔化されたような感じがして、「lim は反則ではないか。そもそも lim を知っていれば、$0.9999\cdots=1$ で悩んだりしない」と思う人がいるかもしれない。そこで下に数列$\{b_n\}$の極限値を求める厳密な方法を示す。

＜証明＞

$b_n=(\frac{1}{10})^n$ とする.

$\lim_{n\to\infty} b_n=0$ を証明するために

$\forall\varepsilon>0,\exists N\in\mathbb{N}\ \text{s.t.}\ \forall n\in\mathbb{N}[n\geq N\Rightarrow|b_n-0|<\varepsilon]$（ただしℕは自然数の全体集合）

を言えば良い.

$$|b_n-0|=\left|\left(\frac{1}{10}\right)^n-0\right|=\left(\frac{1}{10}\right)^n$$

$n\geq \mathrm{N}$ より, $\left(\frac{1}{10}\right)^n\leq\left(\frac{1}{10}\right)^{\mathrm{N}}$ なので, $\left(\frac{1}{10}\right)^{\mathrm{N}}<\varepsilon$ を示せば良い.

ここで $0<\left(\frac{1}{10}\right)^{\mathrm{N}}, 0<\varepsilon$ なので

$\left(\frac{1}{10}\right)^{\mathrm{N}}<\varepsilon$ の両辺で底を $\frac{1}{10}$ とする対数をとると

$$\log_{\frac{1}{10}}\left(\frac{1}{10}\right)^{\mathrm{N}}>\log_{\frac{1}{10}}\varepsilon$$

$$\mathrm{N}>\log_{\frac{1}{10}}\varepsilon$$

$\therefore\ \forall\varepsilon>1$ の場合, ε に対して N=1 を,

$\forall\varepsilon\leq 1$ の場合, ε に対して $\mathrm{N}=\lfloor\log_{\frac{1}{10}}\varepsilon\rfloor+1$ をとると, $\forall n\geq\mathrm{N}$ について

$|b_n-0|=\left(\frac{1}{10}\right)^n\leq\left(\frac{1}{10}\right)^{\mathrm{N}}<\varepsilon$ となる.＜証明終＞

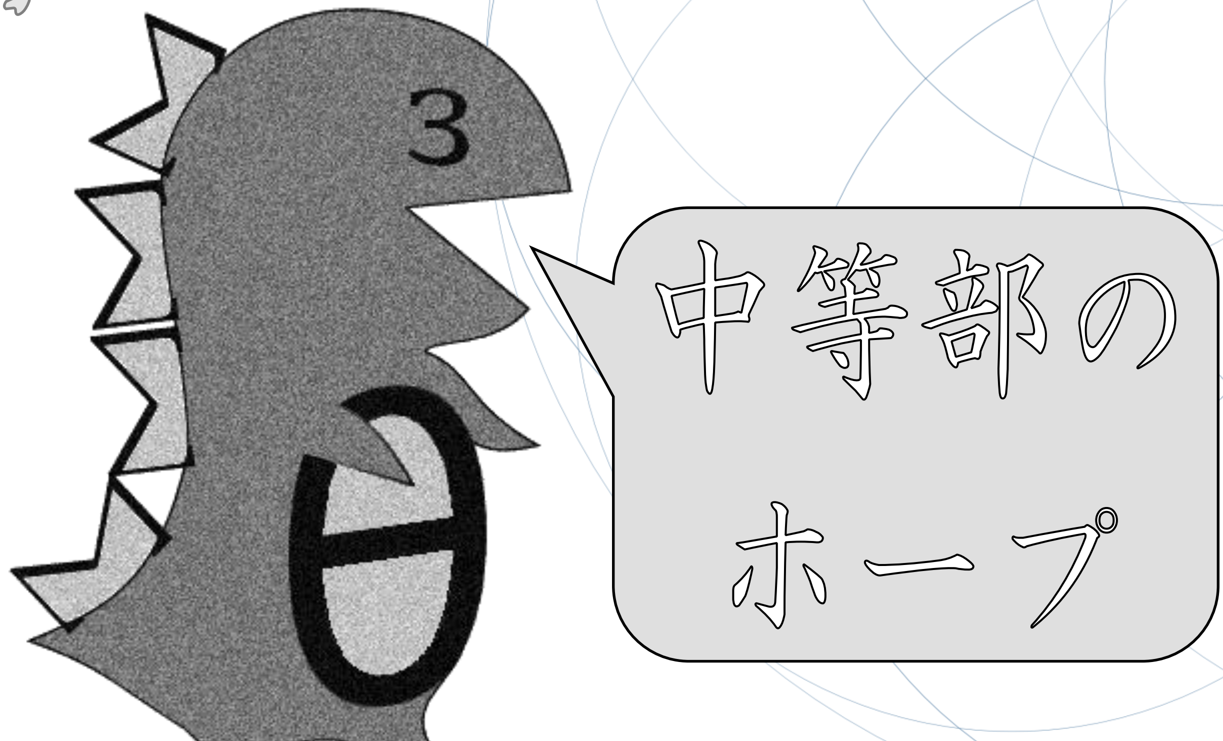
　これは$\varepsilon - N$論法と言われるもので数列の極限値を厳密にもとめることができる。

誤解を恐れずにいえば、数列$b_n = 0.1^n$はいくらでも0に近づけることができるということだ。

ただし、決していつかは0になるということではない。
同じように$0.9999\cdots$もいつか1になるということではなく、あくまで$0.9999\cdots$の行く先が1であるということなのだ。

　どうだろうか。これで$0.9999\cdots = 1$の見かたが変わっただろうか。このように、「無限」が登場すると、一般的な感覚からずれたことが導き出されてしまう。今回はそのうちのほんの一例だ。興味があれば、もっと詳しく無限について勉強すると新たな発見があって面白いだろう。

この頁
担当は……



第2章「確率のはなし」

担当:中等部3年　＊＊＊＊＊＊

　確率は小学校でも、中学校でも、高校でも、普段の生活でも出てきます。私自身もまだ正しく使えてない時もありますが、わかりやすく書いたつもりですので、少しでも理解して頂けたら幸いです。そしてもっと数学や算数が好きになって頂けたら もっと幸いです。

こちら側には補足やコラムのようなものを書きました。
並行して読んでください。

～確率の求め方1～

　確率の求め方は、事象Aの起こる確率を$P(\mathrm{A})$とすると、

$$P(\mathrm{A})=\frac{\text{事象}A\text{の起こるすべての場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

と書かれています。くじ引きだったら

$$P(\mathrm{A})=\frac{\text{すべてのあたりのくじの数}}{\text{すべてのくじの数}}$$

です。

　場合の数を求めるときには、和の法則と積の法則があります。簡単に説明すると和の法則は、AとBが同時には起こらない結果だとして、AかBが起きる場合の数はAの場合の数とBの場合の数の和になるということです。

　積の法則はAという結果がm通りあって、それぞれに対してBという結果がn通りずつあるなら、AとBが同時に起こる場合の数はm×n通りになるということです。下の問題がわかりやすいと思います。

⇒事象Aは「Aという結果」と考えてください。

⇒Pはprobability(確率)の頭文字だそうです。
ちなみにprobableは、「(十中八九) 起こりそうな」という意味の形容詞、probablyは「たぶん」という意味の副詞です。

$\boxed{\text{練習1}}$

(1)十の位が3か5の2ケタの自然数はいくつありますか。
(2)百の位も一の位も3か5の3ケタの自然数はいくつありますか。

練習1解答
(1)十の位が3,5の時それぞれ
一の位は10通り
10+10＝20　(2×10＝20)
20個
(2)百の位3,5の2通りに対し
十の位が10通り,さらにそれに
対して一の位が3,5の2通り
2×10×2＝40
40個

～確率の求め方 2～

突然ですが、問題。

$\boxed{\text{問題 1}}$

信長くんがうっかりして 100 円玉を 2 枚落としました！少なくとも 1 枚が表になっている確率を求めてください。

分母は「2 枚とも表」「1 枚は表、1 枚は裏」「2 枚とも裏」のどれかだから 3。
下線を引いた 2 つが分子に当てはまるから$\frac{2}{3}$？
実はこの答えは不正解です。
2 枚の 100 円玉を A、B とすると
（A，B）＝（表、表）（表、裏）（裏、表）（裏、裏）の 4 つがあります。「1 枚は表、1 枚は裏」は 2 種類あるからです。

⇒見分けがつかなくてもこのように考えます。

分子には下線の 3 つが当てはまるので$\frac{3}{4}$が正しい答えです。

～確率の求め方 3～

先ほどの問題、こんな考え方もできます。
問題 1 の逆は「両方とも裏になる確率」です。1 枚目が裏かつ 2 枚目も裏ということなので

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

⇒積の法則

これを 1 からひいて$\frac{3}{4}$となりました。

どちらの考え方も数学、とくに確率や場合の数では重要になります。両方とも理解していただきたいです。

＜2017 年限定!予想問題＞
1 から 2017 までの整数のうち、
(1)3 の倍数はいくつありますか。
(2)7 または 8 の倍数はいくつありますか。
(3)素数はいくつありますか。
答えは次のページ

～アイスが食べたくて～

$\boxed{\text{問題 2}}$

　信長君と秀吉君と家康君がこの順で箱の中のくじを一人ずつひきます。くじは 3 枚あって、1 枚が当たりでアイスをゲットできます。アイスをゲットできる確率はみんな同じでしょうか？引いたくじは戻しません。

信長君は$\frac{1}{3}$の確率でアイスが食べられます。
秀吉君は？
i）信長君がアイスをゲット
秀吉君はアイスを食べられない
ii)信長君アイスを食べられず
のこりのくじは 2 枚、うち 1 枚が当たり

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$$

秀吉君も$\frac{1}{3}$の確率でアイスが食べられます。
誰かが必ずアイスを食べられるので

$$1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$$

家康君も$\frac{1}{3}$の確率でアイスが食べられます。

つまりアイスを食べられる確率は同じ。

⇒日本にも和算という数学が昔からあって、以外にも難しいです。西洋にも負けないほどのものだったとか。
円周率をがんばって計算した人もいたようですよ。

⇒1-$\frac{1}{3}$の確率で

アイスの可能性アリ！

さらに$\frac{1}{2}$の確率で

アイスゲット！

⇒くじ引きはいつ引いても当たる確率は同じです。
最後だと当たりが残ってなさそうですけどね。

＜2017 年入試限定問題解答＞
(1)2017÷3＝672…1　<u>672 個</u>
(2)2017÷7＝288…1
　2016÷8＝252…1
ダブルカウント
　2017÷(7×8)＝36…1
　288+252-36＝504　<u>504 個</u>
(3)計算では答えが出ません。
<u>306 個</u>です。2017 は素数なので 2017 年の入試問題が気になりますね。
エラトステネスの篩(ふるい)にも限界があります。
2,3,5,7 の倍数は消せますが、11 の倍数が消せません。そのため 120 までが限界です。

$\boxed{\text{問題 3}}$

家康君と秀忠君と家光君と秋田犬 2 匹と紀州犬 3 匹が集まりました。

(1)8 人掛けの長いすに座るとき、座り方は何通りありますか。ただし、同じ犬種の犬は見分けがつきません。

(2)8 人が丸いテーブルの周りに座るとき、座り方は何通りありますか。ただし、同じ犬種の犬は見分けがつきません。

(1)について

もしも 2 匹の秋田犬の見分けがついたら、2 回数えられるところだが、見分けがつかないので 1 回しか数えられない。

つまり、見分けがつくと仮定して計算したあとで

2!=2×1=2 で割ればよいのです。

紀州犬の場合は、3 匹の見分けがつけば

(A,B,C) (A,C,B) (B,A,C) (B,C,A) (C,A,B) (C,B,A) の

3!=3×2×1=6 通りがあるので、最後に 6 で割ります。

$\frac{8!}{2!3!}=3360$

(2)について

最初に座る人はどこに座っても、くるっと回ったら同じになります。

そのため、はじめの人は 8 通りではなく 1 通りとして計算します。

そのあとの 7 人は長椅子の場合と変わらず 7!通りです。

$\frac{1\times7!}{2!3!}=420$

⇒秋田犬と紀州犬は見分けがつく設定です。

n 人を一列に並べる

一番左:n 通り、

その右:n-1 人から選ぶ、

その右:n-2 人…

⇒$n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times3\times2\times1=n!$

n!は階乗のことで、1 から n までの整数の積をあらわします。

⇒3 匹の並べ方

⇒$\frac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times3\times2\times1}$

⇒立つ人を決めて(3 通り)

7 人の座り方

見分けがつかない犬を割る

～確率×図形～

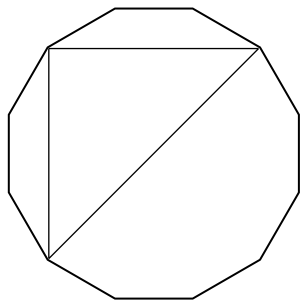
問題 4

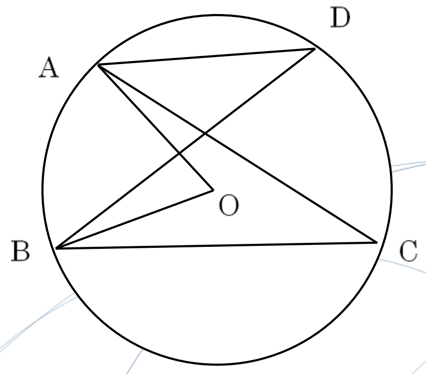
　正 12 角形のすべての頂点の中から 3 つの異なる頂点を選ぶとき、その 3 点を結ぶと直角三角形になる確率を求めましょう。ただし回転すると同じ図形も異なるものと数えます。

この問題は円周角の定理を使うとわかりやすくなります。
弧 AB をとり、その弧の延長線上に任意の点 C,D をとると
∠ADB＝∠ACB、∠AOB＝2∠ACB となります。
なぜこうなるかは、右の図で OC に線を引くとわかります。
二等辺三角形がカギを握ります。
さて、∠ACB＝90°なら∠AOB＝180°（直径）となります。
つまり、直角三角形をつくると、必ず一番長い辺が直径になるのです。
直径:6 通り(12 の点に対して 1 つ直径になる点がありますが、2 回カウントされています)
直径に対するもう一つの点:12－2 通り
6×12＝72

すべての三角形の作り方は
12×11×10÷(3×2×1)＝220

72÷220＝$\frac{18}{55}$





⇒「任意の」は好きなところに、という意味
O は円の中心
2∠ACB は∠ACB が 2 個分ということ

⇒1 つの三角形に対して 6 通りの選ぶ順番があります。

～アイスが食べたくて PART2～

問題 5

　重信君とその友達合計 10 人が 1 つしかないアイスのために 10 人でじゃんけんをしようとしています。一回目にあいこになる確率を信長君たちに教えてあげてください！

まず全員の手の出し方は3^{10}通り

実はこの場合、あいこにならない場合を数えたほうが早いです。

10 人が 2 種類の手(A,B)しか出さないと決着が決まります。

その 2 種類の選び方は 3 通り…①

10 人の手の出し方は

ABBABAABAB のようになり、すべて A、すべて B は除かれる。

一人一人に対して A,B の 2 通りあるので

2^{10}-2 通り…②

①、②をかけて

3×2^{10}-6 通り

つまり$1-\frac{3\times2^{10}-6}{3^{10}}$が答え。

ちなみに、

$$1-\frac{3\times2^{10}-6}{3^{10}} \fallingdotseq 1-0.0519229792206473 0 = 0.948077020779353$$

なんと 95%近くもあいこになるのです。

時間がかかりましたね。

計算している間にアイスが溶けちゃいました。

こういうときは「多い勝ち」で人を減らしてからじゃんけんするといいですね。

多い勝ち

10 人いて 4 人がグー、3 人がチョキ、3 人がパーだったら、一番多いグーの人が勝ち残れるというじゃんけん。

⇒3^{10}は 3 を 10 回かけるという意味です。

⇒(A,B)は(グー,チョキ)(チョキ,パー) (パー,グー)の 3 通り

⇒積の法則

⇒2^{10}は 1024 です。

大体 1000 なので覚えておくと便利です。

ちなみに 3^{10}は 59049 です。

2 と 3 では大違いですね。

いかがだったでしょうか。ここまでいろいろな問題を通して確率や場合の数の考え方を記してきたつもりですが、大変わかりにくいところもあったかと思います。数学や算数は求め方や計算方法も大事ですが、どのようにしたら正しく、より簡単に、そして美しく解けるかが大事です。ここでの解答はあくまで一例です。他の解答はいくつも考えられます。普段から、解き終わった問題のほかの解答を探してみるとよいでしょう。難しい問題にぶつかったとき、切り出しかたをいくつも知っていれば、解きやすくなるかもしれませんよ。

最後に読んでくださった方々には感謝をしたいと思います。ありがとうございました。

だいぶ遅れましたが、
場合の数では、
「もれなく、
重複なく、
根気よく」
が大切です。
確率の求め方 1 の部分で下線の引いてあるところがあります。
数学や算数では、計算する前の約束（定義や問題文）をしっかりと理解し、問題を解き終わった後も確認したほうが良いと思います。最後の「根気よく」も数学には必要です。

数学はただ計算するだけのものではありません。当たり前のように使っている数字も不思議なことがたくさんあります。
フィボナッチ数列にも不思議な性質があります。
1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,…
と続きますが、隣同士を割ると
$1 \div 1 = 1$
$2 \div 1 = 2$
$3 \div 2 = 1.5$
$5 \div 3 \fallingdotseq 1.67$
$8 \div 5 = 1.6$
$13 \div 8 = 1.625$
$21 \div 13 \fallingdotseq 1.615$
$34 \div 21 \fallingdotseq 1.61904$
$55 \div 34 \fallingdotseq 1.61764$
$89 \div 55 \fallingdotseq 1.61818$
と 1.61803…という数に近づいていきます。
この数を黄金数といいますが、調べてみると面白いですよ。

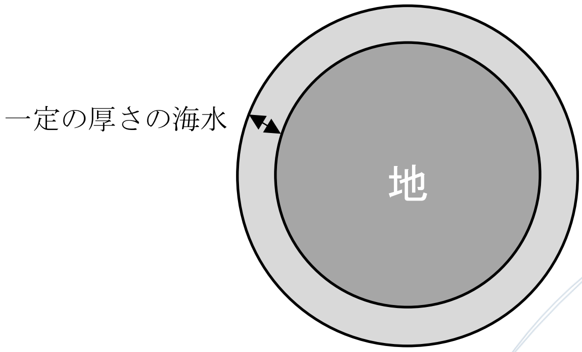
この頁
担当は……

第３章「万有引力と潮の満ち干」

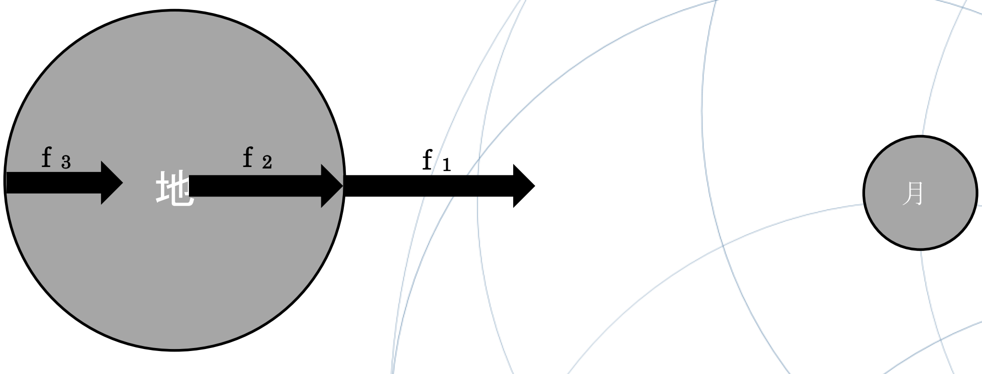
担当:高等部３年　＊＊＊＊＊＊＊

‣潮の満ち干は月の引力[万有引力]と関係している。
‣また、大潮・小潮の周期は月の満ち欠け、つまり月と地球の位置関係と強い相関があることが昔から言い伝えられている。

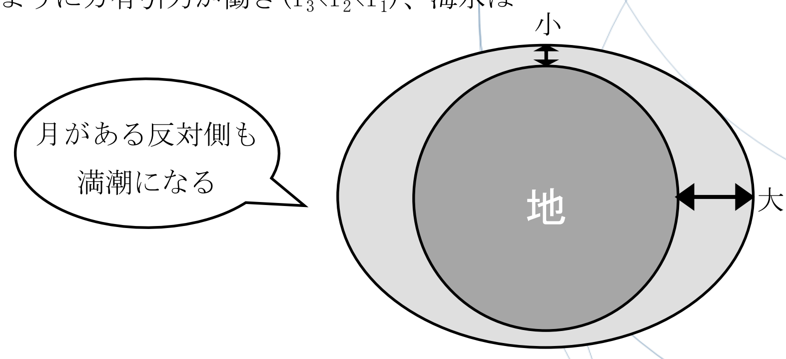
地球の表面全体を海水が覆っているとする。



いま、右側に月がある(引力がはたらく)と、

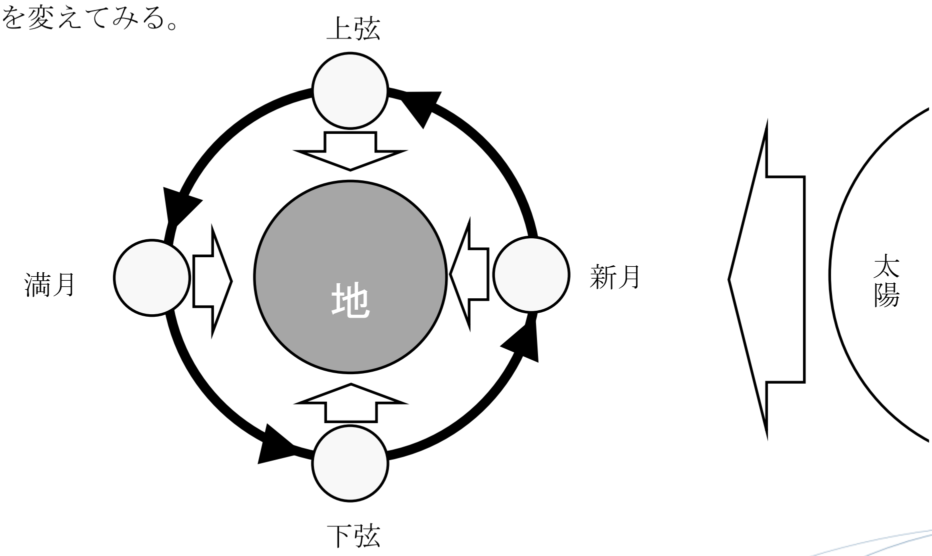


のように万有引力が働き($f_3<f_2<f_1$)、海水は



横方向に引っ張られたことにより楕円形になる。
このとき、海水が厚い部分が満潮、薄い部分が干潮である。

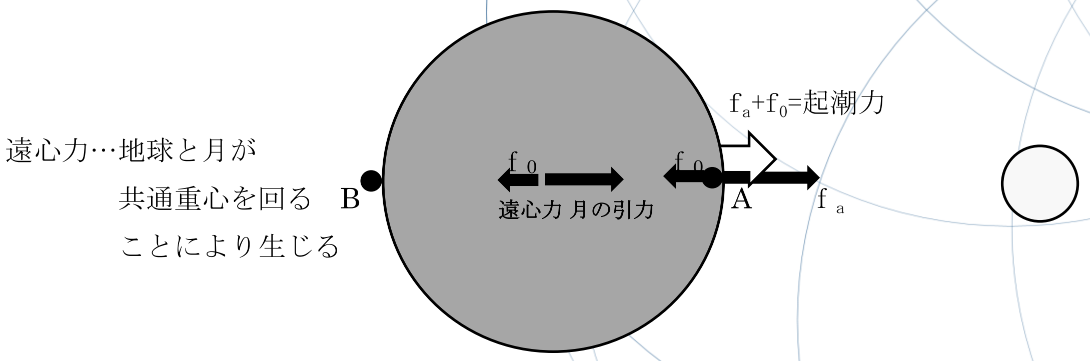
また、月の位置を変えてみる。



太陽と地球の万有引力は右から左であり、新月の時、月と地球によるものとの合力が最大になる。
つまり、より横長の楕円形となり、満潮時の水位が高いということである。これを大潮といい、逆を小潮という。

地球と月の中心間距離を R、地球の半径を r、月の質量を M、万有引力定数を G とおく。

地球上の点 A、B に質量 1 kgの物体があるとする。



A 地点の物体と月の間にはたらく引力は

$$f_{a}=G\frac{M}{(R-r)^2}$$

また、遠心力は

$$f_{0}=G\frac{M}{R^2}$$

これらの合力は、r は R より十分小さいから$\frac{r}{R}$=0 とすると、

$$\frac{2GMR}{R^3}$$

起潮力　大きさが同じで逆向きの力

反対側の B 地点だと、

$$F=\frac{GM}{(R+r)^2}-\frac{GM}{R^2}=-\frac{2GMr}{R^3}$$

また、$\frac{\text{太陽までの距離}}{\text{月までの距離}}$＝389　$\frac{\text{太陽の質量}}{\text{月の質量}}$＝2.7×$10^7$　より、

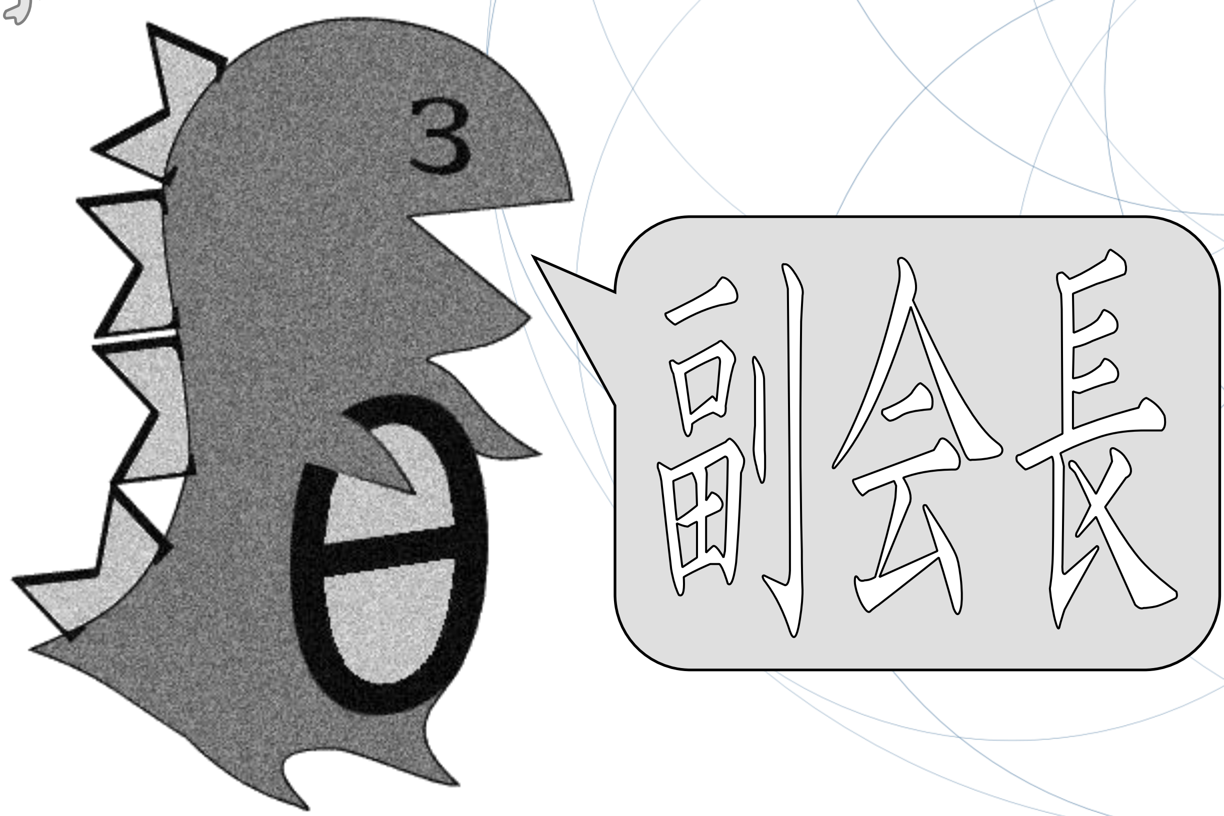
太陽による起潮力 $F_{太}$は

$$F_{太}=\frac{2GrM_{太}}{R_{太}}=\frac{2Gr\times2.7\times10^7M}{(389R)^3}$$

$$=0.46\frac{2GMR}{R^3}$$

←月によるものの 0.46 倍である
ことがわかる
(太陽による万有引力が及ぼす
影響は月より小さい)

この頁
担当は……



第４章「微分♪積分♪いい気分♪」

担当:高等部３年　＊＊＊＊＊＊

微分・積分……すうけん的には、某コンビニの名前「セ〇ンイレブン」よりも日常的に口にする言葉ですが、ではこれを手に取っているあなたにとって微分・積分とは何でしょうか？悲しいことに、筆者が友達に聞くと、大体「小難しいもの」であったり、「計算が面倒なもの」「勉強したくない」という答えが返ってきます。

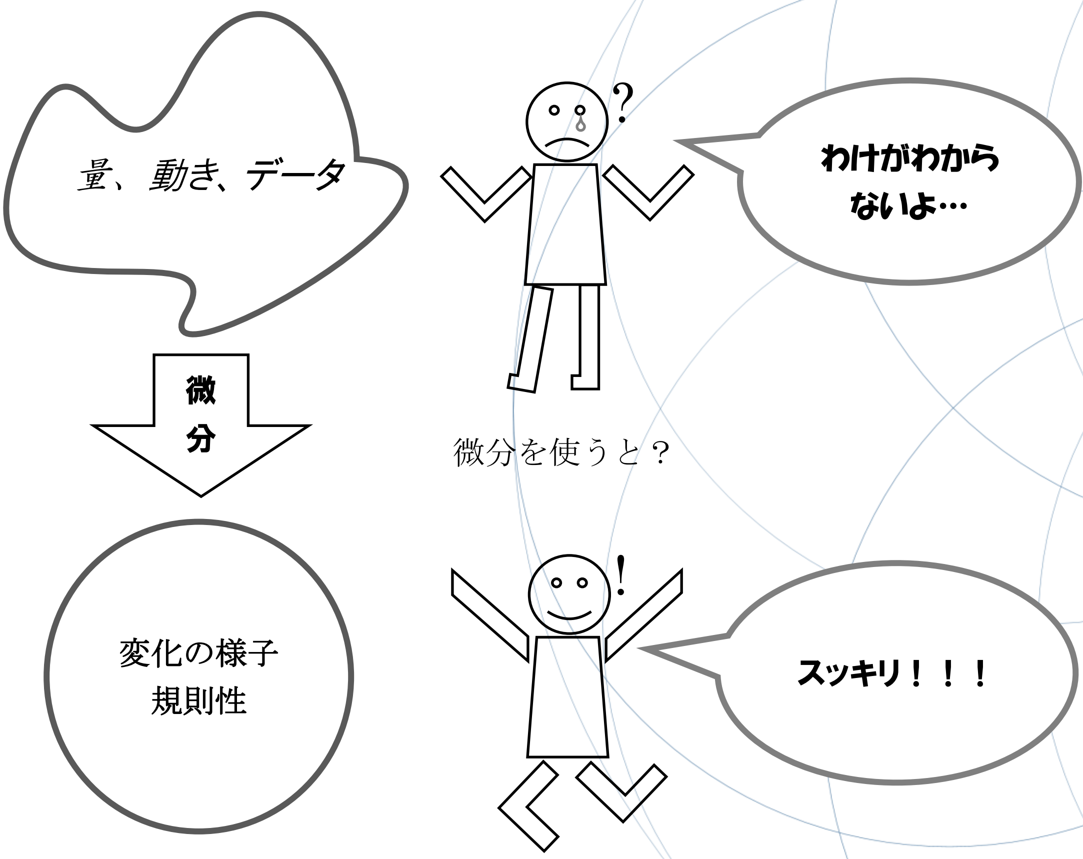
そこでこの会誌では、できるだけ数式を使わずに、微分・積分の意味や素晴らしさを紹介します。もし数式が出てきても、分からなければさらっと流して大丈夫です。

数学アレルギーのあなたも、数式恐怖症のあなたも、肩の力を抜いて読んでみてください。

※この会誌では、積分はリーマン積分のことを表します。

1.微分って？

微分とは**「変化を捉えること」**です。



この世にあるもののほとんどは、常に変化しています。
投げたボールの速さ、景気の動向、冷めていく飲み物の温度、……などなど。変化しないもののほうが少ないぐらいです。しかし、これらを詳しく調べたいとき、自然や物理法則による複雑な変化はなかなか手ごわい相手となります。そこで微分が役に立つのです。

例えば、高速で動くものを調べるとき、そのままではなかなか正体がつかめません。
そこで、動くものをカメラで撮ってスローモーションにしてみるとすごく分かりやすくなります。

微分は何かの変化を調べたいとき、このスローモーションのような、変化をわかりやすく明確にする役割をしてくれるものです。

そして、微分は「一瞬の変化の様子」を捉えられるという特徴があります。この世で変化しているものは絶え間なく、途切れることなく変化し続けることが多いです。それら全ての無限個ある瞬間を微分で捉えて、つなぎ合わせて全体を見渡すような、微細で美しい作業を数学的にできるものが微分なのです。

微分は生活していて役立っていると感じる部分はかなり少ないですが、理工学をする人にとってはとても強力な武器として不可欠な存在になっています。

では、突然ですが小学校で習ったこんな問題を解いてみましょう。

<u>問題</u>

よしゆき君は、歩いているとどんどん加速していく癖があります。
歩き始めて 2 秒後には元の位置から 4 メートル、3 秒後には元の位置から 9 メートル離れたところにいるとき、この 2〜3 秒でのよしゆきくんの速度を求めなさい。

答えはすぐ分かって、秒速 5 メートルですね。速い！

それでは、この答えを出すためにどんな計算をしたでしょうか。無意識かもしれませんが(9-4)÷(3-2)という計算をしたのだと思います。小学校では「速度＝距離÷時間」と習ったと思いますが、もっと詳しく書くとすれば下のようになります。

$$\text{速度} = \frac{\text{位置の変化}}{\text{かかった時間}} = \frac{\text{変化後の位置} - \text{変化前の位置}}{\text{かかった時間}}$$

この問題では 2 秒後から 3 秒後の速度、つまり「1 秒間の変化の様子」を求めましたが、
これを応用して「瞬間の変化の様子」を求めることが微分になります。

では、いよいよ微分することについての定義です。

<u>定義</u>

関数 $y = f(x)$ について,次のように新たな関数 $f'(x)$ を定め,これを $f(x)$ の導関数と呼ぶ.

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

関数 $f(x)$ の導関数を求めることを、 $f(x)$ を微分するという.

難しい！と思った人は先ほどの、速度＝$\dfrac{\text{変化後の位置}-\text{変化前の位置}}{\text{かかった時間}}$ という式と比べてみましょう。「$\lim\limits_{h \to 0}$」は h を限りなく 0 に近づけるという意味です。微分は一瞬の変化を捉えるものなので、「かかった時間」に対応する h をとても小さく、つまり一瞬にしています。$f(x)$ は変化前の元の値で、 $f(x+h)$ はほんの少しの時間 h が経たあとの値です。
順を追って読めば、なんとなく理解できる気がしませんか？

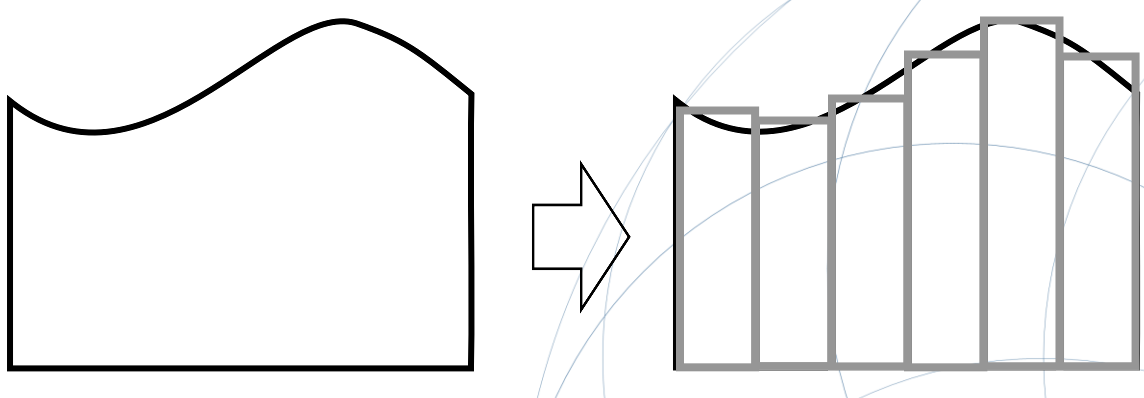
ここまでが、**「変化を捉える」**微分のお話です。

2.積分って？

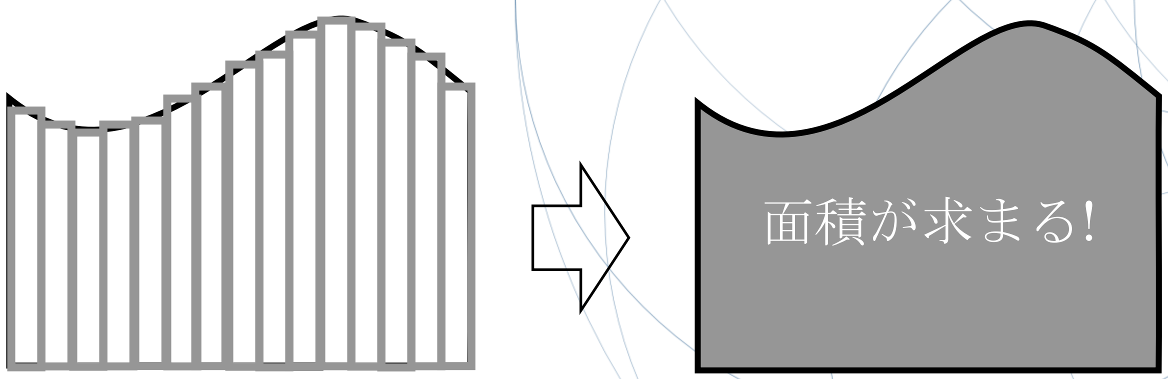
　積分は**「面積を求めること」**です。
積分を知ると、それまで求められなかった、複雑な曲線を含んだ図形の面積や体積を求めることができるようになります。昔の人が農地などの面積を知りたくて考えた「区分求積法」という手法が原型になっていて、この面積を求める積分は数学の中でも直に社会の役に立つ実用的なものです。

　さて、ここでまずはこの面積が求まる、区分求積法の仕組みを見ていきましょう。
皆さんは、長方形の面積が「縦の長さ×横の長さ」だと知っていると思います。これを応用することで、曲線を含む図形の面積を求めることができます。

　具体的には、図形をたくさんの長方形に分割してその面積を足す、という求め方です。



　図のように、図形を長方形でどんどん細かく分けていくと、長方形の面積の和がどんどん元の図形の面積に近づいていきます。

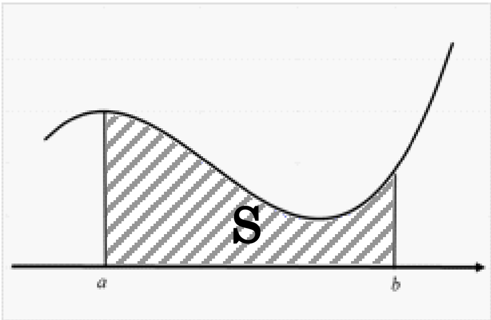


そして無限個までの長方形に分けると、その面積の和は図形の面積と等しくなります。

これが、「区分求積法」という積分のもとになった考えです。
ここで、積分の定義を紹介してみます。といってもそのままです。

定義

関数 $y =$ のグラフの,$x=a$ から $x=b$ までの部分と x 軸で囲まれた面積をＳとすると,



$$S = \int_a^b f(x)dx$$

右辺が「グラフで関数 $y =$ の $x=a$ から $x=b$ までの部分と、x 軸に囲まれた面積」を表すもので、そしてこれが(定)積分です。
これで面積が分かるのですが、実際にこの方法を使うととんでもない計算量が必要になって、実用的にはなれませんでした。

そこで登場するのが、なんと「微分」だったのです。

微分積分学の基本定理①

$f(x)$ を連続な関数とするとき,次が成り立つ.

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$$

左辺は積分した関数(曲線やデータのグラフ)を微分する、ということを表し、右辺ではそれが元の関数と同じである、と言っています。
ざっくりと言ってしまえば足し算と引き算が逆であるように、**「微分と積分は逆である」**ということを表しています。現在では当たり前ですが、全く関係なかった分野がここまで深いつながりを持っていたというのは衝撃の事実です。

そして、このことを使ってついに積分の計算がシンプルに表される時が来ました。

微分積分学の基本定理②

$f(x)$ が $a \leqq x \leqq b$ で連続, $F(x)$ を $F'(x)=f(x)$ を満たす関数とするとき,次が成り立つ.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

最初の、無限個の長方形に分けて足す、という難解な計算が、この式の右辺を見ればわかるように、とてもスッキリした引き算の計算をするだけで求まるのです。

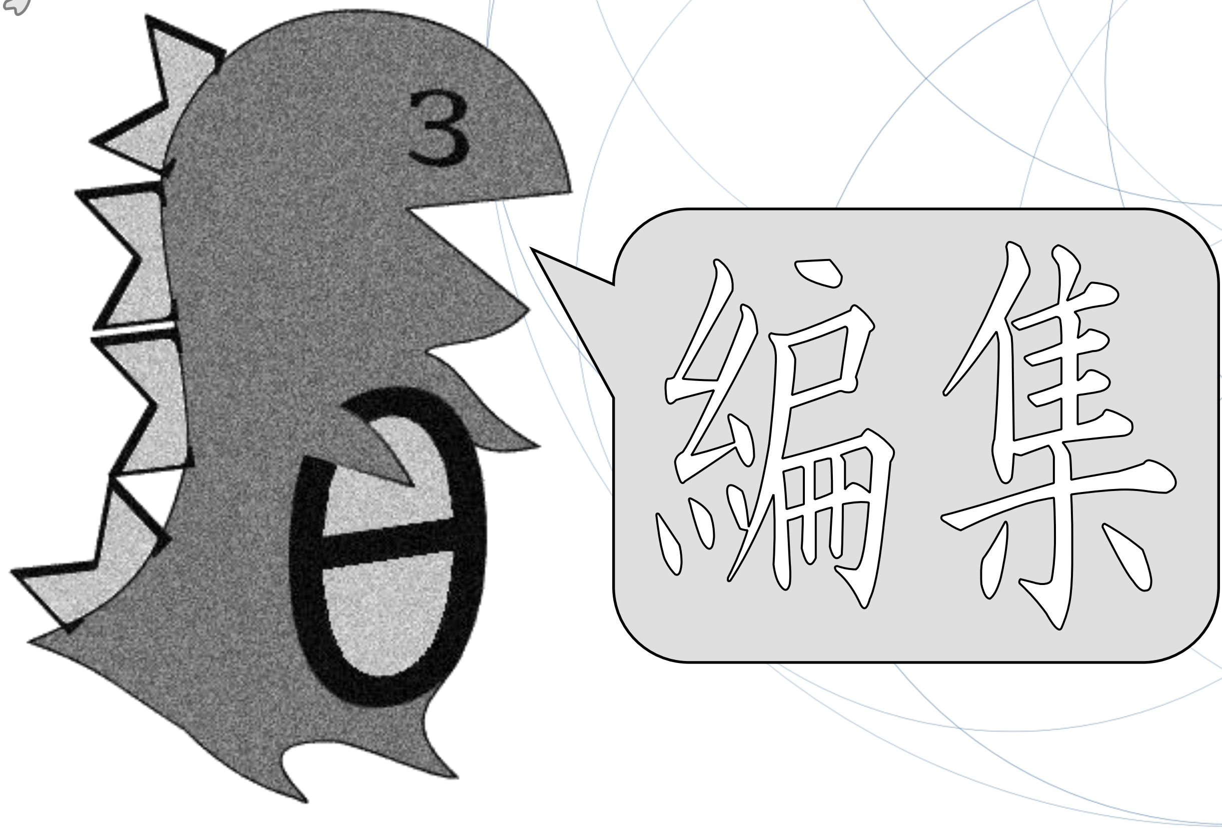
以上が、「面積を求める」積分と、そして微分と積分の素晴らしい関係のお話でした。

【終わりに】

ここまで読んでくださってありがとうございます。イメージだけでも微分と積分について伝わっていたら嬉しいです！また、ここに書ききれていないもっと正確な定義もあるので、是非調べてみてください。

それでは皆さん、Nice math!!

次の頁
担当は……



第 5 章「足し算と掛け算(ペアノ算術)」

担当:高等部 3 年 ＊＊＊＊＊＊

　突然ですが、皆さん。自然数の足し算できますか？
10+1 とか 20+16 とか、そういうやつです。
できますよね。
足し算、引き算、掛け算、割り算の四つを合わせて四則演算と言いますが、なかでも真っ先に足し算を習ったと思います。
四則演算は全て小学校で習いますね。(私は九九の暗記にすごく苦労したような気がします。)
いえ、何も馬鹿にしているわけではありません。
ただ、「できること」と「分かっていること」は少し違うと思います。
私は最近やっと足し算のことが分かってきたといいますか、その難しさを垣間見たわけです。
掛け算も同様です。
引き算と割り算は、足し算掛け算の逆演算を指すわけですが、難しいです。
なんなんですかね、逆演算って。
まして実数の四則演算、果ては複素数の四則演算(果てなんて無いんでしょうけど)ともなると、もはや何がなんやらさっぱりです。
そこで、一先ず自然数の足し算と掛け算についての規則をこの場を借りてまとめてみました。
まぁ、パズルみたいなものです。
こういう実用性が皆無で、パッと見たところでは愚にもつかない感じというのが、いかにも数学らしく思えて、私は好きなのですが、やっぱり役には立ちませんし、あくまでも 1 つの娯楽としての価値しかないでしょう。
後から見ると、なかなかどうして気狂いみたいですが、「うわぁ……何やってんだろコイツ」といった具合に引いていただけるだけでも、作った甲斐があるというものです。
そもそも本稿の原点はある種の悪戯心です。
いわば観賞用です。
何が言いたいのかというと、間違っていても許してください、ということです。
模様だと思って眺めてください。

$\boxed{\text{I}}$(本稿における)公理

{1}等号

(1)反射律

$\forall a[a=a]$

(2)対称律

$\forall a, \forall b[a=b \Rightarrow b=a]$

(3)推移律

$\forall a, \forall b, \forall c\ (a=b \land b=c) \Rightarrow a=c$

(4)代入原理($\boxed{\text{III}}$以降略)

$\forall a, \forall b[a=b \Rightarrow P(a)=P(b)]$

{2}ペアノの公理(ℕ は自然数の全体集合)

PA1 $1 \in \mathbb{N}$

PA2 $\forall n \in \mathbb{N}[n' \in \mathbb{N}]$

PA3 $\forall n \in \mathbb{N}[n' \neq 1]$

PA4 $\forall m \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}[m'=n' \Rightarrow m=n]$

PA5 $(P(1) \land \forall k \in \mathbb{N}[P(k) \Rightarrow P(k')]) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}[P(n)]$

{3}加算の定義

ADD1 $\forall n \in \mathbb{N}[n+1=n']$

ADD2 $\forall m \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}[m+n'=(m+n)']$

{4}乗算の定義

MULTIPLY1 $\forall n \in \mathbb{N}[n \times 1=n]$

MULTIPLY2 $\forall m \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}[m \times n'=(m \times n)+m]$

$\boxed{\text{Ⅱ}}$基本的な定理($\boxed{\text{Ⅲ}}$以降略)

{1}演算の性質

(1)加算の性質

$\forall a, \forall b, \forall c, \forall d[a=b \land c=d \Rightarrow a+c=b+d]$

(Proof)

$a+c=a+c$ ∵反射律

$a+c=b+c$ ∵代入原理

$a+c=b+d$ ∵代入原理

(2)乗算の性質

$\forall a, \forall b, \forall c, \forall d[a=b \land c=d \Rightarrow a\times c=b\times d]$

(Proof)

$a\times c=a\times c$ ∵反射律

$a\times c=b\times c$ ∵代入原理

$a\times c=b\times d$ ∵代入原理

{2}自然数の性質

(1)自然数の加算

$\forall m\in\mathbb{N}, \forall n\in\mathbb{N} \Rightarrow (m+n)\in\mathbb{N}$

(Proof)

[1]$(m+1)\in\mathbb{N}$

$m+1=m'$ ∵ADD1

$m'\in\mathbb{N}$ ∵PA2

$(m+1)\in\mathbb{N}$ ∵代入原理

[2]$(m+k)\in\mathbb{N} \Rightarrow (m+k')\in\mathbb{N}$

$m+k'=(m+k)'$ ∵ADD2

$(m+k)\in\mathbb{N}$ ∵仮定

$(m+k)'\in\mathbb{N}$ ∵PA2

$(m+k')\in\mathbb{N}$ ∵代入原理

[1]$\land$[2]$\Rightarrow$(1) ∵PA5

(2)自然数の乗算

$\forall m\in\mathbb{N}, \forall n\in\mathbb{N} \Rightarrow (m\times n)\in\mathbb{N}$

(Proof)

[1]$(m\times 1)\in\mathbb{N}$

$m\times 1=m$ ∵MULTIPLY1

$m\in\mathbb{N}$ ∵仮定

$(m\times 1)\in\mathbb{N}$ ∵代入原理

[2]$(m\times k)\in\mathbb{N} \Rightarrow (m\times k')\in\mathbb{N}$

$m\times k'=(m\times k)+m$ ∵MULTIPLY2

$(m\times k)\in\mathbb{N}$ ∵仮定

$\{(m\times k)+m\}\in\mathbb{N}$ ∵加算の性質

$(m\times k')\in\mathbb{N}$ ∵代入原理

[1]$\land$[2]$\Rightarrow$(2) ∵PA5

$\boxed{\text{Ⅲ}}$計算法則

{1}加算の結合法則

$\forall a\in\mathbb{N},\forall b\in\mathbb{N},\forall c\in\mathbb{N}[(a+b)+c=a+(b+c)]$

(Proof)

[1] $(a+b)+1=a+(b+1)$	
$a+(b+1)=a+b'$	∵ADD1
$=(a+b)'$	∵ADD2
$=(a+b)+1$	∵ADD1,対称律
$(a+b)+1=a+(b+1)$	∵推移律,対称律
[2] $(a+b)+k=a+(b+k)\Rightarrow(a+b)+k'=a+(b+k')$	
$a+(b+k')=a+\{b+(k+1)\}$	∵ADD1,対称律
$=a+\{(b+k)+1\}$	∵{1},対称律
$=\{a+(b+k)\}+1$	∵{1},対称律
$=\{(a+b)+k\}+1$	∵仮定,対称律
$=\{(a+b)+k\}'$	∵ADD1
$=(a+b)+k'$	∵ADD2,対称律
$(a+b)+k'=a+(b+k')$	∵推移律,対称律
[1]∧[2]⇒{1}	∵PA5

{2}加算の交換法則

$\forall a\in\mathbb{N},\forall b\in\mathbb{N}[a+b=b+a]$

(Proof)

[1] $a+1=1+a$	
{1} $1+1=1+1$	
$1+1=1+1$	∵反射律
{2} $k+1=1+k\Rightarrow k'+1=1+k'$	
$k'+1=(k+1)+1$	∵ADD1,対称律
$=(1+k)+1$	∵仮定
$=1+(k+1)$	∵結合法則
$=1+k'$	∵ADD1
$k'+1=1+k'$	∵推移律
{1}∧{2}⇒[1]	∵PA5
[2] $a+k=k+a\Rightarrow a+k'=k'+a$	
$a+k'=(a+k)'$	∵ADD2
$=(a+k)+1$	∵ADD1,対称律
$=(k+a)+1$	∵仮定
$=k+(a+1)$	∵結合法則
$=k+(1+a)$	∵[1]
$=(k+1)+a$	∵結合法則,対称律
$=k'+a$	∵ADD1
$a+k'=k'+a$	∵推移律
[1]∧[2]⇒{2}	∵PA5

{3}分配法則

$\forall a\in\mathbb{N},\forall b\in\mathbb{N},\forall c\in\mathbb{N}[(a+b)\times c=(a\times c)+(b\times c)]$

(Proof)

[1] $(a+b)\times 1=(a\times 1)+(b\times 1)$

{1} $(a+1)\times 1=(a\times 1)+(1\times 1)$

$(a+1)\times 1=a'\times 1$ ∵ADD1

$=a'$ ∵MULTIPLY1

$=a+1$ ∵ADD1,対称律

$=(a\times 1)+(1\times 1)$ ∵MULTIPLY1,対称律

$(a+1)\times 1=(a\times 1)+(1\times 1)$ ∵推移律

{2} $(a+k)\times 1=(a\times 1)+(k\times 1)\Rightarrow(a+k')\times 1=(a\times 1)+(k'\times 1)$

$(a+k')\times 1=\{a+(k+1)\}\times 1$ ∵ADD1,対称律

$=\{(a+k)+1\}\times 1$ ∵結合法則,対称律

$=(a+k)'\times 1$ ∵ADD1

$=(a+k)'$ ∵MULTIPLY1

$=(a+k)+1$ ∵ADD1,対称律

$=a+(k+1)$ ∵結合法則

$=a+k'$ ∵ADD1

$=(a\times 1)+(k'\times 1)$ ∵MULTIPLY1,対称律

$(a+k')\times 1=(a\times 1)+(k'\times 1)$ ∵推移律

{1}∧{2}⇒[1] ∵PA5

[2] $(a+b)\times k=(a\times k)+(b\times k)\Rightarrow(a+b)\times k'=(a\times k')+(b\times k')$

$(a+b)\times k'=(a+b)\times k+(a+b)$ ∵MULTIPLY2

$=\{(a\times k)+(b\times k)\}+(a+b)$ ∵仮定

$=(a\times k)+\{(b\times k)+(a+b)\}$ ∵結合法則

$=(a\times k)+[\{(b\times k)+a\}+b]$ ∵結合法則,対称律

$=(a\times k)+[\{a+(b\times k)\}+b]$ ∵交換法則

$=[(a\times k)+\{a+(b\times k)\}]+b$ ∵結合法則,対称律

$=[\{(a\times k)+a\}+(b\times k)]+b$ ∵結合法則,対称律

$=\{(a\times k)+a\}+\{(b\times k)+b\}$ ∵結合法則

$=(a\times k')+(b\times k')$ ∵MULTIPLY2,対称律

$(a+b)\times k'=(a\times k')+(b\times k')$ ∵推移律

[1]∧[2]⇒{3} ∵PA5

{4}乗算の交換法則

$\forall a\in\mathbb{N},\forall b\in\mathbb{N}[a\times b=b\times a]$

(Proof)

[1]$a\times 1=1\times a$

{1}$1\times 1=1\times 1$

$1\times 1=1\times 1$ ∵反射律

{2}$k\times 1=1\times k\Rightarrow k'\times 1=1\times k'$

$1\times k'=(1\times k)+1$ ∵MULTIPLY2

$=(k\times 1)+1$ ∵仮定,対称律

$=k+1$ ∵MULTIPLY1

$=k'$ ∵ADD1

$=k'\times 1$ ∵MULTIPLY1,対称律

$k'\times 1=1\times k'$ ∵推移律,対称律

{1}∧{2}⇒[1] ∵PA5

[2]$a\times k=k\times a\Rightarrow a\times k'=k'\times a$

$k'\times a=(k+1)\times a$ ∵ADD1,対称律

$=(k\times a)+(1\times a)$ ∵分配法則

$=(a\times k)+(1\times a)$ ∵仮定,対称律

$=(a\times k)+(a\times 1)$ ∵[1],対称律

$=(a\times k)+a$ ∵MULTIPLY1

$=a\times k'$ ∵MULTIPLY2,対称律

$a\times k'=k'\times a$ ∵推移律,対称律

[1]∧[2]⇒{4} ∵PA5

{5}乗算の結合法則

$\forall a\in\mathbb{N},\forall b\in\mathbb{N},\forall c\in\mathbb{N}[(a\times b)\times c=a\times(b\times c)]$

(Proof)

[1]$(a\times b)\times 1=a\times(b\times 1)$

$a\times(b\times 1)=a\times b$ ∵MULTIPLY1

$=(a\times b)\times 1$ ∵MULTIPLY2,対称律

$(a\times b)\times 1=a\times(b\times 1)$ ∵推移律,対称律

[2]$(a\times b)\times k=a\times(b\times k)\Rightarrow(a\times b)\times k'=a\times(b\times k')$

$(a\times b)\times k'=\{(a\times b)\times k\}+(a\times b)$ ∵MULTIPLY2

$=\{a\times(b\times k)\}+(a\times b)$ ∵仮定

$=\{(b\times k)\times a\}+(b\times a)$ ∵交換法則

$=\{(b\times k)+b\}\times a$ ∵分配法則,対象律

$=(b\times k')\times a$ ∵MULTIPLY2,対象律

$=a\times(b\times k')$ ∵交換法則

$(a\times b)\times k'=a\times(b\times k')$ ∵推移律

[1]∧[2]⇒{5} ∵PA5

いかがでしたか。

気持ち悪いですね。

でも、こういうことを真剣に考えてこそ数学だと思います。

万が一、私の雑な話ではなく、ちゃんとしたことを知りたいと思われた方がいらっしゃったなら、ペアノ算術について調べてみてください。

読んでくださった方、心から感謝申し上げます。

呼んで下さらなかった方、それが普通だと思います。

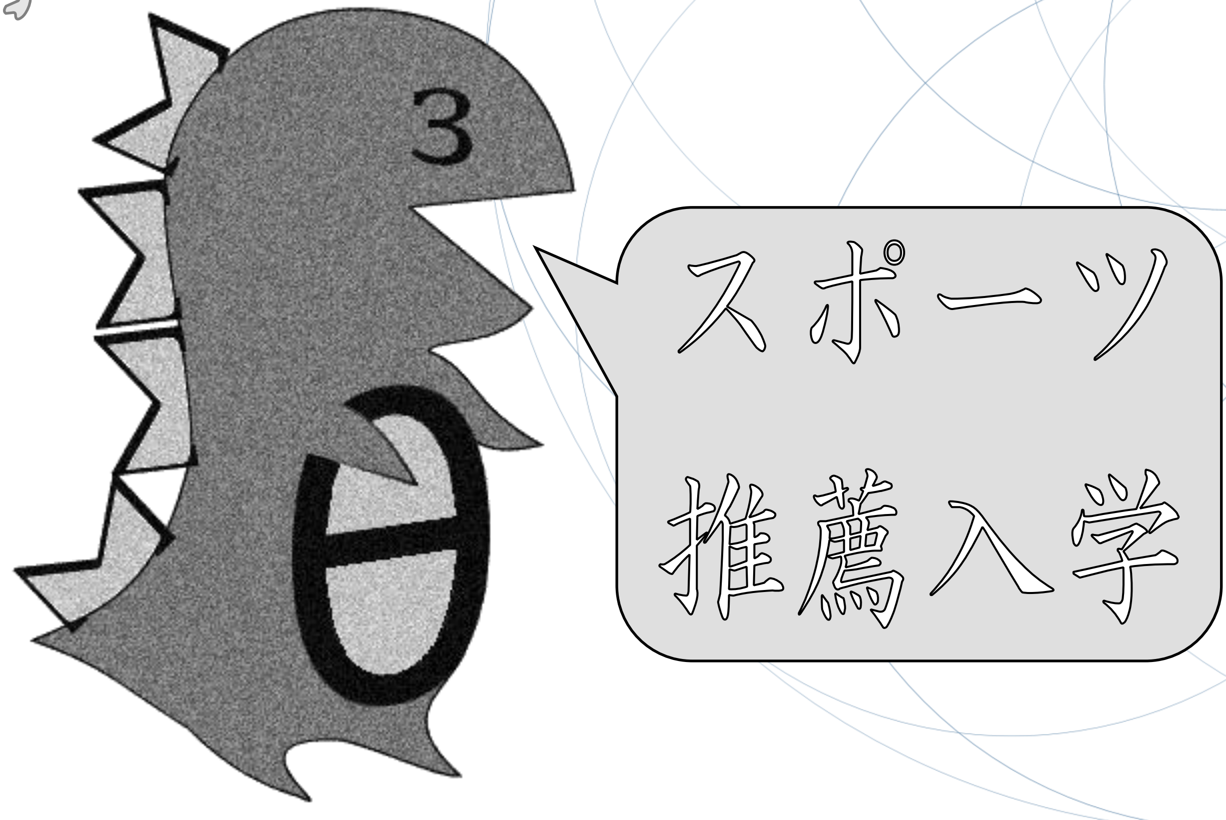
ただこういうことを考えている連中がいるということを、知っていただければ幸いです。

ペアノ算術

で検索！

~~編集に追われて自分の記事が手抜きになってしまいましたが~~ありがとうございました。

次の頁
担当は……



第６章「数理論理学 ～名探偵ミノル～ 」

担当　高等部３年 ＊＊＊＊＊＊

0.事件だ

　ある日、早実で謎の殺人事件が起きた。そこである探偵が事件の調査を依頼された。その探偵の名は、「早稲田ミノル」である。次のメモは早稲田ミノルがこれまでに得た情報をまとめたものである。

・犯人は、よしゆきくん(以下はＹくんと省略する)または、なおきくん(Ｎくん)または、しんいちくん(Ｓくん)または、げんごろうくん(Ｇくん)または、けんたろうくん(Ｋくん)である
・Ｙくんは知的である
・Ｎくんは乱暴である
・Ｇくんは知的である
・Ｋくんは乱暴である
・この５人は、知的であるか、乱暴であるか、またはその両方である
・ＧくんはＳくんのアリバイを主張している
・ＹくんはＫくんのアリバイを主張している
・ＫくんはＹくんのアリバイを主張している
・ＮくんはＧくんのアリバイを主張している
・犯人は知的である
・犯人でない人が主張することは正しい
・乱暴でない人は犯人ではない
・最後に、Ｎくんが知的ではないことがわかった

さて、犯人は誰だろうか？
早稲田ミノルは考えたが、見た目も頭脳も子供なのでわからなかった。
そこで数理論理学の一階命題論理を学び、数理論理的に犯人を証明しようと考えたのだ。
※この話の登場人物はすべて架空の人物です。

1.はじめに

数理論理学と聞いてもいまいちピンとこないでしょう。そもそも数学と論理学がどのように関わっているのか、疑問に思うことでしょう。ですが、数学を学んできた人も、これから学ぶ人も、必ず「数学的な証明」を行うことになります。そのときその証明という過程そのものを疑うことはないと思いまず。そこで「数学的な証明」というものがどのような根拠で正しいと保証されているのかに触れていきたいと思います。

2.命題とは

定義 2.1(命題と真偽)
1)真偽が定められる判断や主張を**命題**という。
2)命題が正しいことを「その命題の真偽値は**真**(T:true)である」という。
3)命題が間違っていることを「その命題の真偽値は**偽**(F:false)である」という。

<u>例</u>
・1=1,1=2
1=1 は真な命題、1=2 は偽な命題

・3 と 5 の和は 8 である
これは真な命題

・早実生には火星人が紛れている
これは真か偽かわからないが、真偽を考えられるので命題として扱う。

・クジラは魚類か魚類でない
これは A または A でないという形で A に何を入れても成り立つので、論理的に真な命題である。

・あなたは人間であって人間でない
これは A かつ A でないという形で A に何を入れても成り立たないので論理的に偽な命題である

3.推論と妥当性

数学の証明をおこなった時、例えば三角形の合同の証明で

「～①、②、③より、2 つの辺とその間の角が等しいので、△ABC≡△ADE　□」

という風に表すだろう。この形式は、有限個の命題から一個の命題を導き出す判断である。これを次のように記号⇒(ならば)を使って表す。

「2 つの辺とその間の角が等しい⇒△ABC≡△ADE　」

これをさらに詳しく言ったとすると、

「AB＝AD、BC＝DE、∠ABC＝∠ADE　⇒　△ABC≡△ADE」

と書ける。この形式を**推論**という。推論は命題と命題のつながり方に対する判断である。記号⇒の前の命題の列を推論の**前提**といい、記号⇒の後の命題を**帰結**という。

一般に証明はこの推論が鎖状に連なっている。

①　りんご⇒ゴリラ

②　ゴリラ⇒ラッパ

①と②より、りんご⇒ラッパ

これは推論①の帰結が、推論②の前提になっている。もし、推論①と推論②がともに妥当な推論なら、推論①の前提と推論②の帰結をもつ推論りんご⇒ラッパもまた妥当な推論であると言える。

では、妥当な推論とはなんだろうか。これはいろんな考え方があるが、意味論的推論においては「前提の命題がすべて真であるとき、帰結の命題が偽である状況が存在しない」ときに妥当な推論という。

4.一階命題論理

さて、ここから本格的に論理に入っていくのだが、会誌ということで多少厳密性を欠いた説明をする。まずは大事な記号たちを紹介しよう。

4.1 記号(P,Q は命題とする)

命題を表す文	名称	一階命題論理の論理式
P ということはない	否定(negation)	$\neg P$
P かつ Q	連言(conjunction)	$P \wedge Q$
P または Q	選言(disjunction)	$P \vee Q$
P ならば Q	含意(implicature)	$P \rightarrow Q$
P のとき、またそのときのみ Q	同値(equivalence)	$P \leftrightarrow Q$
真である	真(true)	T
偽である	偽(false)	F

定義 4.2(一階命題論理の記号)
命題記号　　：P,Q,R,S,…
零項真理関数：T,F
一項真理関数：$\neg$
二項真理関数：$\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

「n 項関数」とは、n 個の値をとる関数であることを意味している。つまり零項真理関数は論理式の 0 個の組()を、一項真理関数は論理式の一つの組を、二項真理関数は論理式の二つの組をとる。

定義 4.3(一階命題論理の論理式)
1)　命題記号は論理式である
2)　ρ が n 項真理関数であり、$(\phi_1,\dots,\phi_n)$が論理式の n 個組ならば、$\rho(\phi_1,\dots,\phi_n)$は論理式である
3)　1),2)以外は一階命題論理の論理式ではない

一階命題論理の記号が与えられたとき、論理式の集合は定義 4.3 で定義されている。

定義 4.4(真偽値の領域)

$$\mathrm{D_t} \overset{\mathrm{def}}{=} \{1,0\}$$

$\mathrm{D_t}$という記法は真偽を表す領域を意味している。$\mathrm{D_t}$の要素を真偽値といい、1 が「真」、0 が「偽」を表す。定義 4.4 により一階命題論理では 1 と 0 が真偽値であり、それ以外に真偽値は存在しないことを明示している。

だが、同じ論理式でも「状況」「場合」「文脈」によって真になったり偽になったりする。「状況」「場合」「文脈」といった概念の実体は曖昧なので、それらの概念に含まれる要因を全て合わせたものとして「論理式の集合から$\mathrm{D_t}$への写像」を考えることにする。このような写像を一階命題論理の解釈と呼ぶ。

$$\text{論理式の集合} \mapsto \mathrm{D_t}$$

ここである特定の状況を写像 I として、解釈を定義する際のパラメータとして用いることにする。記法としては、論理式 ϕ が I のもとで 1 や 0 に対応付けられることをそれぞれ以下のように記す。

$$[\![\phi]\!]_{\mathrm{I}}=1 \quad [\![\phi]\!]_{\mathrm{I}}=0$$

具体的に記号を使って説明する。

定義 4.5(記号の真偽)

$$[\![\mathrm{true}]\!]_{\mathrm{I}} \overset{\mathrm{def}}{=} [(\,) \longmapsto 1] \quad [\![\mathrm{false}]\!]_{\mathrm{I}} \overset{\mathrm{def}}{=} [(\,) \longmapsto 0]$$

$$[\![\neg]\!]_{\mathrm{I}} \equiv \begin{bmatrix} (1) & \longmapsto 0 \\ (0) & \longmapsto 1 \end{bmatrix}$$

$$[\![\wedge]\!]_{\mathrm{I}} \overset{\mathrm{def}}{=} \begin{bmatrix} (1,1) & \longmapsto 1 \\ (1,0) & \longmapsto 0 \\ (0,1) & \longmapsto 0 \\ (0,0) & \longmapsto 0 \end{bmatrix} \quad [\![\vee]\!]_{\mathrm{I}} \overset{\mathrm{def}}{=} \begin{bmatrix} (1,1) & \longmapsto 1 \\ (1,0) & \longmapsto 1 \\ (0,1) & \longmapsto 1 \\ (0,0) & \longmapsto 0 \end{bmatrix}$$

$$[\![\rightarrow]\!]_{\mathrm{I}} \overset{\mathrm{def}}{=} \begin{bmatrix} (1,1) & \longmapsto 1 \\ (1,0) & \longmapsto 0 \\ (0,1) & \longmapsto 1 \\ (0,0) & \longmapsto 1 \end{bmatrix} \quad [\![\leftrightarrow]\!]_{\mathrm{I}} \overset{\mathrm{def}}{=} \begin{bmatrix} (1,1) & \longmapsto 1 \\ (1,0) & \longmapsto 0 \\ (0,1) & \longmapsto 0 \\ (0,0) & \longmapsto 1 \end{bmatrix}$$

論理式 ϕ が真になるのは、$[\![\phi]\!]_{\mathrm{I}}=1$ となる解釈 I のもとである。

さて、論理式に対する解釈が定義されたので、論理式の真偽をみてみたいと思う。ここで真偽値表というものを使うと、どんな論理式に対しても有限ステップの計算で解釈真偽値の関係を計算することができる。

たとえば、与えられた論理式が P→(￢P→Q)のとき、真偽は 2 つの命題記号の解釈で決まるので、以下のように並べる。

P	Q	P	→	(￢	P	→	Q)

次に P,Q の真偽の組み合わせ(解釈)を考える。P,Q はともに真と偽の 2 通りなので、P,Q の真偽の組み合わせは 4 通りになる。ちなみに、命題記号が n 個のときは、解釈は2^nとなる。これをさっき並べたものの下に以下のように並べる。

P	Q	P	→	(￢	P	→	Q)
1	1						
1	0						
0	1						
0	0						

次に各解釈が P と Q に与える真偽値を書きだす。

P	Q	P	→	(￢	P	→	Q)
1	1	1			1		1
1	0	1			1		0
0	1	0			0		1
0	0	0			0		0

P の真偽値が決まったので、￢P の真偽値も決まる。

P	Q	P	→	(￢	P	→	Q)
1	1	1		0	1		1
1	0	1		0	1		0
0	1	0		1	0		1
0	0	0		1	0		0

同様に￢P と Q の真偽値が決まったので、￢P→Q の真偽値が決まる。

P	Q	P	→	(￢	P	→	Q)
1	1	1		0	1	1	1
1	0	1		0	1	1	0
0	1	0		1	0	1	1
0	0	0		1	0	0	0

同様に、P と¬P→Q の真偽値が決まったので、P→(¬P→Q)の真偽値が決まり、真偽値表の全体が完成する。このようにして、論理式の真偽値を命題記号から順に、部分から全体に向かって計算し、記入していけば論理式全体の真偽値がわかる。

P	Q	P	→	(¬	P	→	Q)
1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0

この場合、この論理式はすべての解釈において真だった。このように解釈によらず常に真となる論理式を**恒真式**あるいは**トートロジー**(tautology)という。
よく知られているトートロジーには以下のようなものがある。(ϕ,φ,χ は任意の論理式)

結合律(associative low)

$$\phi\wedge(\varphi\wedge\chi)\leftrightarrow(\phi\wedge\varphi)\wedge\chi$$
$$\phi\vee(\varphi\vee\chi)\leftrightarrow(\phi\vee\varphi)\vee\chi$$

交換律(commutative low)

$$\phi\wedge\varphi\leftrightarrow\varphi\wedge\phi$$
$$\phi\vee\varphi\leftrightarrow\varphi\vee\phi$$

吸収律(absorptive low)

$$\phi\wedge(\phi\vee\varphi)\leftrightarrow\phi$$
$$\phi\vee(\phi\wedge\varphi)\leftrightarrow\phi$$

分配律(distributive low)

$$\phi\vee(\varphi\wedge\chi)\leftrightarrow(\phi\vee\varphi)\wedge(\phi\vee\chi)$$
$$\phi\wedge(\varphi\vee\chi)\leftrightarrow(\phi\wedge\varphi)\vee(\phi\wedge\chi)$$

冪等律(idempotent low)

$$\phi\wedge\phi\leftrightarrow\phi$$
$$\phi\vee\phi\leftrightarrow\phi$$

同一律(low of identity)

$$\phi\rightarrow\phi$$

推移律(transitive low)

$$(\phi\rightarrow\varphi)\wedge(\varphi\rightarrow\chi)\rightarrow(\phi\rightarrow\chi)$$

移入律(low of importation)

$$(\phi \to \psi \to \chi) \to (\phi \land \psi \to \chi)$$

移出律(low of exportation)

$$(\phi \land \psi \to \chi) \to (\phi \to \psi \to \chi)$$

縮小律(low of simplification)

$$\phi \land \psi \to \phi$$

$$\phi \land \psi \to \psi$$

拡大律(low of addition)

$$\phi \to \phi \lor \psi$$

$$\psi \to \phi \lor \psi$$

ド・モルガンの法則(De Morgan's low)

$$\neg(\phi \land \psi) \leftrightarrow \neg\phi \lor \neg\psi$$

$$\neg(\phi \lor \psi) \leftrightarrow \neg\phi \land \neg\psi$$

対偶律(low of contraposition)

$$\phi \to \psi \leftrightarrow \neg\psi \to \neg\phi$$

二重否定律(low of double negation)

$$\phi \leftrightarrow \neg\neg\phi$$

排中律(low of excluded middle)

$$\phi \lor \neg\phi$$

矛盾律(low of non-contradiction)

$$\neg(\phi \land \neg\phi)$$

前件肯定式(modus ponens)

$$\phi \land (\phi \to \psi) \to \psi$$

選言的三段論法(low of disjunctive syllogism)

$$\neg\phi \land (\phi \lor \psi) \to \psi$$

構成的両刃論法(low of constructive dilemma)

$$(\phi \to \chi) \land (\psi \to \chi) \to (\phi \lor \psi \to \chi)$$

次に推論の妥当性について進もう。
推論とは複数個の論理式(前提)と、1 個の論理式(帰結)からなる形式であり、妥当な推論とは「前提の命題がすべて真であるとき、帰結の命題が偽である状況が存在しない」より、

「前提に含まれるすべての論理式が真となり、
帰結の論理式が偽となるような解釈は存在しないことである」—(∗)となる。

今、論理式、解釈、真偽の間の関係は明確なので、妥当な推論の条件(∗)についても、一階命題論理の概念を使って言い直すことができる。
すなわち、推論 $\phi_1,\ldots,\phi_n \Rightarrow \phi$ が妥当であるための条件は

「$\phi_1,\ldots,\phi_n$ に含まれるすべての論理式 ϕ_i について $[\![\phi_i]\!]_I=1$ であり、
かつ $[\![\phi]\!]_I=0$ であるような解釈 I は存在しない」である。

この条件を意味論的含意(semantic entailment)という。

定義 4.6(意味論的含意)
Γ, Δ を論理式列(ただし $|\Delta|$ は高々1)とする。Γ が Δ を意味論的に含意する($\Gamma \vDash \Delta$ と書く)とは、「Γ に含まれるすべての論理式 ϕ について $[\![\phi]\!]_I=1$ であり、かつ Δ に含まれるすべての論理式 ϕ について $[\![\phi]\!]_I=0$ であるような解釈 I が存在しない」ということである。$\Gamma \vDash \Delta$ ではないとき、$\Gamma \nvDash \Delta$ と書く。

ただし記法 $|\Delta|$ は論理式列 Δ の長さを表すものとする。推論の形式についても、これ以降、論理式列 Γ を用いた $\Gamma \Rightarrow \phi$ という記法を併用する。

意味論的含意の概念を用いれば、妥当な推論の条件(∗)は以下のように簡潔に述べることができる。これは推論の意味論的妥当性(semantic validity)と呼ばれる立場である。

定義 4.7(推論の意味的妥当性)
推論 $\Gamma \Rightarrow \phi$ が妥当である $\Leftrightarrow$ $\Gamma \vDash \phi$

Γ が論理式の列なので、$\Gamma \equiv \phi_1,\ldots,\phi_n$ とすると、$\phi_1,\ldots,\phi_n \vDash \phi$ のように書く。

また、意味論的含意において $|\Gamma|=0, |\Delta|=0$ の場合もある。
このとき、

$\vDash \phi$ 　　　　　$\Gamma \vDash$

という形式がある。
前提部に論理式が一つもない場合は、定義 4.6 にしたがって以下のような意味になる。

$$\vDash \phi \Leftrightarrow [\![\phi]\!]_I=0 \text{ となる解釈 I は存在しない}$$

つまり、$\vDash \phi$ は「ϕ がトートロジーである」という意味になる。

また、帰結部に論理式がない場合は、定義 4.6 にしたがって以下のような意味になる。

$\Gamma \vDash \iff \Gamma$ に含まれるすべての論理式 ϕ について
$[\![\phi]\!]_I = 1$ であるような解釈 I は存在しない

つまり、$\Gamma \vDash$ は「Γ は矛盾している」という意味になる。これはめっちゃ重要である。

さて、やっと推論の妥当性について議論できる。

定理 4.8(推論と恒真式)
任意の論理式 ϕ, φ について以下が成り立つ。
$\phi \vDash \varphi \iff \vDash \phi \to \varphi$

証明は真偽値表で可能である。
これにより、さっき紹介したトートロジーの「→」を「⊨」に書き換えることができる。
「↔」についても同様に「$\Gamma \vDash \Delta$ かつ $\Delta \vDash \Gamma$」と書き換えることができる。

次に前提にある論理式の一部分(部分論理式)がトートロジーの前提だった場合、それをそのトートロジーの帰結に置き換えることができる。これを置き換えという。

定理 4.9(置き換え)
任意の論理式 ϕ, φ, χ ついて以下が成り立つ。
$\phi \leftrightarrow \varphi \;\Rightarrow\; \chi \leftrightarrow \chi[\varphi / \phi]$

$\chi[\varphi / \phi]$ を χ の部分論理式 ϕ のうちいくつかを論理式 φ に置き換えたものとする。
証明は割愛。

ここで演繹定理を導入すると、任意の個数の前提を持つ推論の分析を、恒真式の分析に還元することができる。

定理 4.10(演繹定理)
任意の論理式列 Γ、論理式 φ について、以下が成り立つ。
$\Gamma \vDash \phi \to \varphi \iff \phi, \Gamma \vDash \varphi$

証明は割愛。

「3.推論の妥当性」で紹介した推論は、数学の世界でしばしば暗黙的に使われているが、数理論理学において**カット**(cut)と呼ばれるものがある。

① りんご⇒ゴリラ

② ゴリラ⇒ラッパ

①と②より、りんご⇒ラッパ

定理 4.11(カット) 任意の論理式列 Γ, Δ, Δ',および任意の論理式 ϕ, ϕ について、以下が成り立つ。 $\Gamma \vDash \phi,\ \Delta, \phi, \Delta' \vDash \phi \ \Rightarrow\ \Delta, \Gamma, \Delta' \vDash \phi$

証明は背理法によって可能。いわゆる三段論法を可能にしている。
カットとは、妥当な推論が二つあり、ある推論の帰結が他の推論の前提に含まれているとき、その二つを合わせて新たに妥当な推論を得るという操作である。

さらにここで、有名な背理法を一階命題論理で書くと、

定理 4.12(背理法) 任意の論理式列 Γ,論理式 ϕ について、以下が成り立つ。 $\phi, \Gamma \vDash F \ \Leftrightarrow\ \Gamma \vDash \neg\phi$ $\neg\phi, \Gamma \vDash F \ \Leftrightarrow\ \Gamma \vDash \phi$

<u>例 4.13(数学の試験)</u>
この期末試験に関する推論の妥当性を背理法を用いて示す。

幾可学が出題されないとすると、代数学が出題される。 解析学が出題されないか、代数学が出題されないか、あるいはその両方である。 幾可学と解析学の両方が出題されない、ということはない。
したがって、幾可学が出題される。

これを論理式に書き換える。

幾可,代数,解析が出題されるという命題を、それぞれ P,Q,R という命題記号でおきかえる。

①$\neg P \to Q$
②$\neg R \vee \neg Q$
③$\neg(\neg P \wedge \neg R)$
④P

背理法を用いて証明する。

$\neg P$ と仮定する。すると推論は

$\neg P, \neg P \to Q, \neg R \vee \neg Q, \neg(\neg P \wedge \neg R)$となる。

⑤$\neg P, \neg P \to Q \models Q$ （仮定と①とカット）

⑥$\neg P, \neg P \to Q, \neg R \vee \neg Q, \neg(\neg P \wedge \neg R) \models Q, \neg R \vee \neg Q, \neg(\neg P \wedge \neg R)$ （置き換え）

⑦$Q, \neg R \vee \neg Q \models \neg R$ （選言的三段論法）

⑧$Q, \neg R \vee \neg Q, \neg(\neg P \wedge \neg R) \models \neg R, \neg(\neg P \wedge \neg R)$ （置き換え）

⑨$\neg(\neg P \wedge \neg R) \models P \vee R$ （ド・モルガン）

⑩$\neg R, \neg(\neg P \wedge \neg R) \models \neg R, P \vee R$ （置き換え）

⑪$\neg R, P \vee R \models P$ （選言的三段論法）

⑫$\neg P, \neg P \to Q, \neg R \vee \neg Q, \neg(\neg P \wedge \neg R) \models P$ （カット）

⑬$\neg P, \neg P \to Q, \neg R \vee \neg Q, \neg(\neg P \wedge \neg R) \models F$ （仮定に矛盾）

⑭$\neg P \to Q, \neg R \vee \neg Q, \neg(\neg P \wedge \neg R) \models P$ （背理法）

したがって、幾何学が出題される。 □

ちなみに、真偽値表だと以下の通りになる。

P	Q	R	(¬	P	→	Q)	∧	(¬	R	∨	¬	Q)	∧	¬	(¬	P	∧	¬	R)	⇒	P
1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	**1**	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	**1**	1
1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	**1**	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	**1**	1
0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	**1**	0
0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	**1**	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	**1**	0
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	**1**	0

よって、「⇒」がどんな解釈においても真になるので、この推論は妥当である。

5.犯人は誰だ

　これで早稲田ミノルは犯人を厳密に特定できるだろう。

・犯人は、よしゆきくん(以下はYくんと省略する)または、なおきくん(Nくん)または、しんいちくん(Sくん)または、げんごろうくん(Gくん)または、けんたろうくん(Kくん)である
・Yくんは知的である
・Nくんは乱暴である
・Gくんは知的である
・Kくんは乱暴である
・この5人は、知的であるか、乱暴であるか、またはその両方である
・GくんはSくんのアリバイを主張している
・YくんはKくんのアリバイを主張している
・KくんはYくんのアリバイを主張している
・NくんはGくんのアリバイを主張している
・犯人は知的である
・犯人でない人が主張することは正しい
・乱暴でない人は犯人ではない
・最後に、Nくんが知的ではないことがわかった

これをすべて論理記号に置き換える。

犯(x)：xは犯人である
知(x)：xは知的である
乱(x)：xは乱暴である
ア(x,y)：xはyのアリバイを主張する

と記号化する。

①犯(Y)∨犯(N)∨犯(S)∨犯(G)∨犯(K)
②知(Y)
③乱(N)
④知(G)
⑤乱(K)
⑥知(x)∨乱(x)
⑦ア(G,S)
⑧ア(Y,K)
⑨ア(K,Y)
⑩ア(N,G)
⑪犯(x)→知(x)
⑫¬犯(x)∧ア(x,y)→¬犯(y)
⑬¬乱(x)→¬犯(x)
⑭¬知(N)

これらは認めることにする。
⑮犯(x)→知(x) ⊨¬知(x)→¬犯(x)　(⑪と対偶律)
⑯¬知(N),¬知(N)→¬犯(N) ⊨¬犯(N)　(⑭と⑮と前件肯定式)
よって、なおきくんは犯人ではない
⑰¬犯(N), ア(N,G),¬犯(N)∧ア(N,G)→¬犯(G) ⊨¬犯(G)　(⑯と⑩と⑫と前件肯定式)
よって、げんごろうくんも犯人ではない
⑱¬犯(G), ア(G,S),¬犯(G)∧ア(G,S)→¬犯(S) ⊨¬犯(S)　(⑰と⑦と⑫と前件肯定式)
よって、しんいちくんも犯人ではない
⑲ここで、¬犯(Y)と仮定する
⑳¬犯(Y), ア(Y,K),¬犯(Y)∧ア(Y,K)→¬犯(K) ⊨¬犯(K)　(⑲と⑧と⑫と前件肯定式)
㉑¬犯(N)∧¬犯(G)∧¬犯(S)∧¬犯(Y)∧¬犯(K)
　⊨ ¬(犯(Y)∨犯(N)∨犯(S)∨犯(G)∨犯(K))　(⑯～⑳,ド・モルガンの法則,交換律)
㉒(犯(Y)∨犯(N)∨犯(S)∨犯(G)∨犯(K))∧¬(犯(Y)∨犯(N)∨犯(S)∨犯(G)∨犯(K)) ⊨F
(①と㉑と矛盾律)
㉓¬犯(Y), Γ⊨F ⇔ Γ⊨犯(Y)　(⑲と㉒と背理法　Γは①～㉒の置き換え)
よって、背理法により、よしゆきくんは犯人である
㉔　⑨で同様に　⊨犯(K)
よって、けんたろうくんも犯人である
したがって、犯人はよしゆきくんとけんたろうくんである　□
(⑬と㉓と㉔と対偶律で、よしゆきくんとけんたろうくんが乱暴であることも証明できる)
こうして、名探偵ミノルが誕生した。

おわりに

　今回の会誌作成で、参考にしていた書物の誤りをたくさん見つけることができた。しかし、そのせいで自分の理解が行き詰ったりしたので、なかなか苦労した(--;)

これを機に、数学と論理学に興味を持ってくれることでしょう(^ω^≡^ω^)

以上が「すうけん」の研究発表である。

Q.E.D.

数学研究会部誌発刊に寄せて

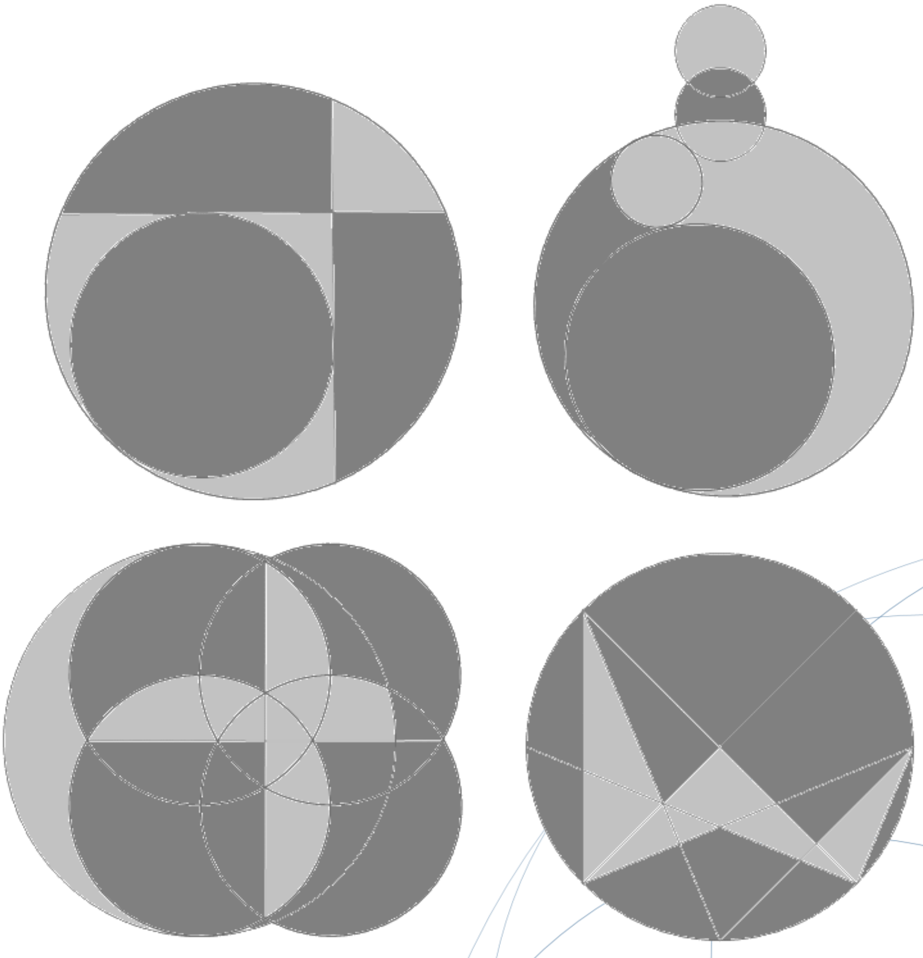
早稲田大学系属早稲田実業学校　数学科教諭　＊＊＊＊＊＊

数学研究会は，現高等部 3 年の生徒達が当時高等部 2 年の頃に「部活でも同好会でも無いところから，数学に対して興味・関心・意欲のある人達が学年を越えて活動できる団体を作りたい」というところからスタートしました．本校では「早数セミナー（早稲田実業学校数学セミナーの略)」という，数学科の先生方がそれぞれのテーマを生徒達と決めて活動しているものもありますが，そういった受身的なことに満足することなく生徒達がこれほど自主的に精力的に活動してくれている姿を見ると，早稲田のバンカラ姿（表面の姿形に惑わされず真理を追求する）の面影が垣間見え嬉しく思います．

私自身はいつから数学が好きになったのかと思い返すと，高校の先生と毎日 1 日 1 問解く交換ノートのような物をやり始めたことがきっかけだったように思います．その交換ノートで扱った問題は大学入試の過去問がほとんどであり，当時はわからず空白のまま提出をすることも多々ありましたが，先生は毎回丁寧に解説を書いて下さり次の問題をノートに挟んで返してくれました．高校 1 年の冬から始めたノートは高校 3 年の受験直前まで続き，最後の 265 番の問題を解いた際に書かれた一言「2 年間よく頑張りました．〇祈合格」がとても嬉しかったのを覚えていますし，交換ノートは宝物として今も大事に本棚に取ってあります．

早実では，高校・大学受験をしなくても早稲田大学に進学することができる素晴らしい環境が整っています．放課後は部活動や習い事を頑張っている人が多く居ますが，数学研究会も得意・不得意に関係なく頑張って数学を研究している団体です．教員となった今，私自身も高校の先生にして頂いたように，授業以外の数学的活動に対して惜しみないサポートをしていきたいと思っています．今回その活動の 1 年間（早数セミナー発足からだと 5 年間）の集大成として，文化祭に初出展し本誌を発行することができたことが研究会員にとっての宝物として残ってくれたらこれほど嬉しいことはありません．

もしこの部誌を手に取ってくれた中に将来早実に入学したいと考えてくれている人が居たら，是非入学して一緒に数学をやりましょう!!学年や定期試験の点数は関係ありません．「数学が好きである」ただそれだけが大切なのです．



会誌

[2016 年度いなほ祭にて配布]

2016 年 9 月 30 日　初版第一冊発行

発行：早稲田実業学校数学研究会

編集：＊＊＊＊＊＊

執筆：＊＊＊＊＊＊

＊＊＊＊＊＊

＊＊＊＊＊＊

＊＊＊＊＊＊

＊＊＊＊＊＊

＊＊＊＊＊＊

監修：＊＊＊＊＊＊

すっぽん


本日は
いなほ祭に
御来場頂き
誠に有難う
御座いました
3